Curriculum di Massimiliano Berti

Nato a Pisa il 6-3-1972.

- Il sottoscritto ha conseguito il diploma di Laurea in Fisica presso l'Università statale di Milano, il 5-7-1995, con la votazione di 110/110 e Lode, discutendo una tesi dal titolo "Un nuovo contributo alla diffusione di Arnold", relatore: Prof. L. Galgani. Il lavoro di laurea è stato seguito in particolar modo dal Prof. U. Bessi della Scuola Normale Superiore di Pisa.
- Nell'ottobre 1995 ha vinto, a seguito di pubblica selezione per titoli ed esami, un posto per il Phd nel settore di Analisi Funzionale e Applicazioni presso la SISSA.
- Nel dicembre 1995 ha vinto, a seguito di pubblica selezione per titoli ed esami, un posto di Perfezionamento in Matematica presso la Scuola Normale Superiore di Pisa. Dal 1 gennaio 1996 ha ricoperto tale posto.
- Da dicembre 1997 a marzo 1998 ha trascorso un periodo di ricerca presso l'Università Paris IX Dauphine, lavorando in collaborazone con i Prof. E. Séré e I. Ekeland.
- Ha conseguito il PhD in Matematica presso la Scuola Normale Superiore di Pisa, in data 22-12-1998 con la votazione 70/70 e Lode, discutendo la tesi *"Perturbation Techniques in Critical Point Theory and Chaotic Dynamics in Hamiltonian Systems"*, direttore di tesi Prof. A. Ambrosetti.
- Nel gennaio 1999 ha vinto, a seguito di pubblica selezione per titoli ed esami, un posto di ricercatore in Analisi Matematica presso il settore di Analisi Funzionale ed Applicazioni della SISSA. Dal 1-3-1999 ha ricoperto questa posizione.
- E' ricercatore confermato dal 1-3-2002.
- E' stato il relatore di tesi di PhD per la SISSA del PhD Luca Biasco (data di discussione della tesi 23-10-2002). Titolo: *"Stability and Diffusion in Hamiltonian Systems via analytical and variational perturbative methods"*.
- Supervisore del Post-doc di Michela Procesi in SISSA, 2002-2004.
- Ha vinto concorso ad idoneità per Professore Associato in Analisi Matematica nel dicembre 2004.
- Professore Associato presso la Università Federico II di Napoli dal 1 novembre 2005.
- E' stato il relatore di tesi di PhD per la SISSA del PhD Pietro Baldi (data di discussione della tesi 25-10-2007). Titolo: *"Bifurcation of free and forced vibrations for nonlinear wave and Kirkhoff equations via Nash-Moser theory"*.
- Ha tenuto numerosi seminari scientifici in Italia e all'estero anche su invito.

Interessi di ricerca

- Teoria dei punti critici, metodi variazionali e topologici applicati nello studio dei sistemi Hamiltoniani e al problema geometrico di Yamabe.
- Sistemi dinamici, soluzioni omocline ed eterocline, dinamica caotica, Diffusione di Arnold, teoria delle perturbazioni, teoremi di Nekhoroshev.
- Equazioni alle derivate parziali Hamiltoniane, soluzioni periodiche e quasi-periodiche per equazioni delle onde e per l'equazione di Kirkhoff, teoria delle water waves, forme normali di Birkhoff, soluzioni periodiche e quasi-periodiche nel problema dei tre corpi, teoria KAM.
- Teoria della biforcazione. Teoremi di funzione Implicita alla Nash-Moser.

Pubblicazioni e Preprints

[1] M. Berti: *"Some remarks on a variational approach to Arnold diffusion"*, Discrete and Continuous dynamical systems, vol. 2, n. 3, July 1996.

[2] M. Berti, P. Bolle: *"Homoclinics and Chaotic Behaviour for Perturbed Second order Systems"*, Annali di Matematica Pura e Applicata, vol. CLXXVI, pp. 323-378, 1999.

[3] M. Berti, P. Bolle: *"Variational construction of Homoclinics and Chaotic Behaviour in presence of a saddle-saddle equilibrium"*, Annali Scuola Normale Superiore di Pisa, serie IV, vol. XXVII, fasc. 2, 1998.

[4] M. Berti, P. Bolle: *"Variational construction of Homoclinics and Chaotic Behaviour in presence of a saddle-saddle equilibrium"*, Rend. Mat. Acc. Naz. Lincei, s. 9, vol. 9, fasc. 3, 1998.

[5] A. Ambrosetti, M. Berti: *"Homoclinics and Complex dynamics in slowly oscillating systems"*, Discrete and Continuous dynamical systems, vol. 4, n.3, 1998.

[6] M. Berti: *"Heteroclinic solutions for perturbed second order systems"*, Rend. Mat. Acc. Naz. Lincei, s. 9, vol. 8, fasc.4, 1998.

[7] M. Berti, P. Bolle: *"Diffusion time and splitting of separatrices for nearly integrable isochronous Hamiltonian systems"*, Rend. Mat. Acc. Naz. Lincei, s. 9, vol. 11, fasc. 4, pp. 235-243, 2000.

[8] M. Berti, A. Malchiodi: *"Non-compactenss and multiplicity results for the Yamabe problem on S^n"*, Journal of Functional Analysis, vol. 180, n.1 february 2001.

[9] M. Berti, C. Carminati: *"Chaotic dynamics for perturbations of infinite dimensional Hamiltonian systems"*, Nonlinear Analysis TMA, 48, pp. 481-504, 2002.

[10] M. Berti, P. Bolle: *"Fast Arnold diffusion in systems with three time scales"*, Discrete and Continuous Dynamical Systems, series A, Vol. 8, n. 3, pp. 795-811, july 2002.

[11] M. Berti, P. Bolle: *"A functional analysis approach to Arnold Diffusion Diffusion"*, Annales de l'Institute Henry Poincaré, Analyse non lineaire, 19, 4, 395-450, 2002.

[12] M. Berti, L. Biasco, P. Bolle: *"Optimal stability and instability results for a class of nearly integrable Hamiltonian systems"*, Rend. Mat. Acc. Naz. Lincei, s. 9, vol. 13, fasc. 2, pp. 77-84, 2002.

[13] M. Berti, L. Biasco, P. Bolle: *"Drift in phase space: a new variational mechanism with optimal diffusion time"*, Journal des Mathematiques Pures et Appliquées, 82/6, pp. 613-664, 2003.

[14] M. Berti, P. Bolle: *"Periodic solutions of nonlinear wave equations with general nonlinearities"*, Communications in Mathematical Physics, Vol. 243, 2, pp. 315-328, 2003.

[15] M. Berti, P. Bolle: *"Multiplicity of periodic solutions of nonlinear wave equations"*, Nonlinear Analysis, Theory Methods Applications, 56/7, pp. 1011-1046, 2004.

[16] M. Berti, L. Biasco, E. Valdinoci: *"Periodic orbits close to elliptic tori and applications to the three-body problem"*, Annali Scuola Normale Superiore di Pisa, Cl. Sci. (V) 3, 87-138, 2004.

[17] M. Berti, P. Bolle: *"Bifurcation of free vibrations for completely resonant wave equations"*, Bolletino Unione Mat. Italiana, 7, n.2, 2004.

[18] D. Bambusi, M. Berti: *"A Birkhoff-Lewis type theorem for some Hamiltonian PDEs"*, SIAM Journal on Mathematical Analysis, 37, 1, 83-102, 2005.

[19] M. Berti, L. Biasco: *Periodic solutions of nonlinear wave equations with nonmonotone forcing terms*, Rend. Mat. Acc. Naz. Lincei, s. 9, v. 16, fasc. 2, 117-124, 2005.

[20] M. Berti, M. Procesi: *"Quasi-periodic oscillations for wave equations under periodic forcing"*, Rend. Mat. Acc. Naz. Lincei, s.9, v.16, fasc.2, 109-116, 2005.

[21] M. Berti, P. Bolle: *"Cantor families of periodic solutions for completely resonant nonlinear wave equations"*, Duke Mathematical Journal, 134, issue 2, 359-419, 2006.

[22] M. Berti, L. Biasco: *"Forced vibrations of wave equations with non-monotone nonlinearities"*, Annales de l'Institute Henry Poincaré, Analyse non lineaire, Vol. 23, issue 4, 2006, 439-474.

[23] M. Berti, M. Procesi: *"Quasi-periodic solutions of completely resonant forced wave equations"*, Communications in Partial Differential Equation, 31, 6, 959-985, 2006.

[24] P. Baldi, M. Berti, *"Periodic solutions of wave equations for asympotically full measure sets of frequencies"*, Rend. Mat. Acc. Naz. Lincei, Volume 17, Issue 3, 2006, 257-277.

[25] M. Berti, P. Bolle, *"Cantor familites of periodic solutions for wave equations via a variational principle"*, to appear in Advances in Mathematics.

[26] P. Baldi, M. Berti, *"Forced vibrations of a nonhomogeneous string"*, to appear in SIAM Journal in Mathematical Analysis.

[27] M. Berti, M. Matzeu, E. Valdinoci, *"On periodic elliptic equations with gradient dependence"*, to appear in Communications in Pure and Applied Analysis.

[28] M. Berti, P. Bolle, *"Cantor families of periodic solutions of wave equations with C^k nonlinearities"*, to appear in Nonlinear Differential Equations and Applica-

TIONS.

[29] M. Berti, P. Bolle, *"Periodic solutions for higher dimensional nonlinear wave equations"*, preprint.

Books

[1] M. Berti, Topics on "*Nonlinear Oscillations of Hamiltonian PDEs*", Progress in Nonlinear Differential Equations, Birkhauser, Boston, 2008 (book).

[2] M. Berti, Lectures on "*Variational Methods for Hamiltonian PDEs*", Nato summer School "Hamiltonian Dynamical Systems and Applications", Montreal 18-29 June, 2007, organizers D. Bambusi, W. Craig, S. Kuksin, A. Neistadt.

Proceedings

[1] A. Ambrosetti, M. Berti: *Applications of Critical Point Theory to Homoclinics and Complex Dynamics*, in Dynamical Systems and Diff. Equations, Proc. of the International Conference on Dynnamical Systems and Differential Equations W.Chen and S. Hu editors, 1998.

[2] M. Berti: *"A functional analysis approach to Arnold diffusion"*, Proc. of the International conference SPT2001, World Scientific.

[3] M. Berti: *"Arnold diffusion: a functional analysis approach"*, Proc. of the Fourth International Conference, "Symmetry in nonlinear math. physics", Kiev, 2001.

[4] M. Berti: *"Soluzioni periodiche di PDEs Hamiltoniane"*, Conf. invitata 30', XVII Congresso UMI, Milano, 8-13 Settembre 2003, Bolletino Unione Matematica Italiana, 8, 7-B, pp. 647-661, 2004.

[5] M. Berti: *"Nonlinear oscillations of Hamiltonian PDEs"*, Proceedings of Contributed talks Equadiff.11, invited by P. Rabinowitz, 2005.

[6] M. Berti: *"Nonlinear oscillations of completely resonant wave equations"*, for "Fixed Point Theory and Its applications" Banach Center Publications, Institute of Mathematics, Polish Academy of Sciences, Warsawa, 2007.

[7] M. Berti, P. Bolle "Cantor families of periodic solutions in wave equations", Proc. of the International Conference on Variational Methods, organizers A. Ambrosetti, V. Bangert, K. Chang, I. Ekeland, P. Rabinowitz, Tianjin, 2007.

Breve descrizione dei lavori

A) Il primo filone di ricerca affrontato riguarda l'esistenza di soluzioni omocline (ed eterocline) e di una dinamica caotica in sistemi Hamiltoniani finito dimensionali quasi-integrabili. Fu Poincaré il primo a riconoscere la possibilità che un sistema di equazioni differenziali esibisca una dinamica complessa in presenza di un punto omoclino trasversale (interserzione trasversale tra varietà stabile e instabile di un punto di equilibrio iperbolico). Poincaré dimostró in queste ipotesi l'esistenza di infinite soluzioni omocline (bi-asintotiche all'equilibrio) e, successivamente, Birkhoff e Smale completarono la descrizione della dinamica caotica provando l'esistenza, mediante tecniche geometriche e dinamiche, di Bernoulli shifts immersi nel sistema.

Nel lavoro [2] abbiamo sviluppato una tecnica di riduzione finito dimensionale di tipo Lyapunov-Schmidt che permette di dimostrare l'esistenza di soluzioni omocline "multibump" e una dinamica caotica per sistemi Hamiltoniani finito-dimensionali forzati nel tempo, aventi una soluzione omoclina trasversale, asintotica a un punto iperbolico. Questo approccio ha il vantaggio, rispetto ai classici metodi geometrici e dinamici, di provare l'esistenza di una dinamica caotica (ad esempio entropia topologica positiva) e di un Bernoulli-shift anche quando l'intersezione tra la varietà stabile e instabile è solo topologicamente trasversa e, inoltre, anche nel caso la forzante temporale abbia una dipendenza arbitraria nel tempo (purché abbastanza ricorrente), per altre applicazioni si veda [4]-[5]. Infine le tecniche sviluppate, essendo basate sull'uso di metodi funzionali e teoria dei punti critici, permettono di provare l'esistenza del caos anche in sistemi infinito dimensionali (vedi [8]) dove l'uso di metodi analitici, basati su sezioni di Poincaré, risulta di piu' difficile applicazione.

Nel lavoro [3] si affronta il problema di trovare una dinamica caotica in sistemi Hamiltoniani autonomi. Qui la situazione è piú complicata che nei casi non-autonomi considerati in [2]-[5]-[6]: esistono infatti sistemi aventi omocline trasversali a un punto di equilibrio iperbolico ma che non sono caotici (si pensi ad esempio al prodotto diretto di due pendoli semplici). L'esistenza del caos è stata provata in presenza di un punto iperbolico di tipo saddle-focus (autovalori con parte immaginaria diversa da zero) da Devaney e da Buffoni-Séré. Il caso in cui gli autovalori del punto iperbolico siano puramente reali (caso saddle-saddle) è piú complicato, dato che non sempre le omocline danno luogo al caos (si pensi all'esempio dei 2 pendoli). L'unico risultato in questa direzione è stato dato da Holmes negli anni '80. In [3] troviamo nuove condizioni geometriche sulle omocline che permettono di dimostrare l'esistenza del caos in sistemi autonomi di tipo saddle-saddle.

La tecnica, da noi sviluppata in [2]-[3], di riduzione variazionale finito dimensionale per costruire soluzioni multibump, generalizza una tecnica di biforcazione variazionale introdotta da Ambrosetti, Ekeland, Coti Zelati, Badiale per costruire soluzioni "ad una bump" ed è stata successivamente applicata in diversi campi da altri autori, ad esempio Ambrosetti, Badiale, Mancini, Malchiodi, Henrard, Garcia-Azorero, Peral, etc... sia nell'ambito dei sistemi dinamici che in problemi di geometria.

B) Ispirandosi ai risultati sopra menzionati di dinamica caotica e mutuando le tecniche di [2]-[3], abbiamo dimostrato in [8] la sharpness del risultati di compattezza di Schoen per il problema di Yamabe. Tale problema consiste nel trovare, data una varietà riemanniana, una metrica conforme tale che la nuova curvatura scalare sia identicamente costante. Analiticamente questo problema si traduce in una equazione variazionale ellittica con esponente critico per cui esistenza di soluzioni fu dimostrata da Aubin, Schoen, Yau, Ambrosetti-Malchiodi ed altri. Successivamente, Schoen congetturó un famoso risultato di compattezza per le soluzioni del problema di Yamabe su varietá di classe C^∞ (non conformemente equivalenti alla sfera) esteso da Y.Y. Li per varietá di classe C^k. In [BM01] abbiamo dimsotrato, per metriche C^k, degli inaspettati fenomeni di blow up, che implicano risultat di non-compattezza per il problema di Yamabe. Abbiamo utilizzato idee di dinamica chaotica. Molto recentemente questa tecnica é stata sviluppata da Brendle per costruire controesempi con metriche di classe C^∞ per varietá di dimensione $n \geq 52$. In seguito Brendle and Coda Marques hanno esteso il risultato per $n \geq 25$ (per $n \leq 24$ la congettura di compatezza sembra sia stata dimostrata in un recente preprint of Coda Marques, Khuri and Schoen).

C) Nei lavori [9]-[10]-[12] viene affrontato il famoso problema della "Diffusione di Arnold" per sistemi Hamiltoniani quasi-integrabli, circa l'instabilità delle variabili di azione (integrali primi imperturbati) sotto piccole perturbazioni. In [9]-[10] consideriamo sistemi isocroni (oscillatori armonici accoppiati a un pendolo mediante una piccola perturbazione) a-priori instabili ed a tre-scale-temporali, mentre in [12] sistemi non-isocroni (rotatori non-lineari).

Le due difficoltà principali sono (i) il problema dello "splitting delle separatrici" (cioè rilevare l' intersezione tra le varietà stabili ed instabili di tori parzialmente iperbolici) e (ii) il problema dello "shadowing". La difficoltà del problema (i) risiede nel fatto che l'angolo di intersezione tra le varietà stabile ed instabile, sempre che ci sia, è esponenzialmente piccolo (e quindi non osservabile da uno sviluppo perturbativo standard in serie di Taylor). Il problema (ii) consiste nel dimostrare l'esistenza di soluzioni caotiche di diffusione e di stimare il "'tempo di diffusione" richiesto perché gli integrali primi imperturbati varino di una quantità di ordine 1. Entrambi i problemi (i)-(ii) hanno meritato molta attenzione negli ultimi anni dopo i lavori di Arnold, Chierchia-Gallavotti, Gelfreich, Bessi, Lochack, Marco, Gallavotti-Gentile-Mastropietro, Cresson, De la Llave-Delshams-Seara, Mather e altri.

Riguardo al problema dello splitting (i), nel lavoro [10], affinando le tecniche precedenti di biforcazione variazionale di Lyapunov-Schmidt, estendiamo al "campo complesso" il funzionale di azione e possiamo "rivelare" lo splitting esponenzialmente piccolo delle separatrici in una maniera abbastanza diretta. Oltre alla semplicità, questo approccio permette di definire indicatori dello splitting piú idonei di quelli solitamente utilizzati e di trovare stime migliori per gli "angoli" di splitting.

Riguardo al problema dello shadowing (ii), le nostre tecniche variazionali permettono di ottenere il tempo di diffusione ottimale, migliorando le stime ottenute da vari autori quali Gallavotti, Chierchia, Bessi, Cresson, Marco, Bolotin.... Infine, combinando il nuovo approccio da noi sviluppato per i problemi (i) e (ii) riusciamo a dimostrare, in sistemi isocroni a tre-scale temporali (considerati da Gallavotti, Chierchia, Gentile, Mastropietro), un nuovo fenomeno di diffusione: in alcune direzioni dello spazio della fasi, in cui lo splitting è solo polinomialmente piccolo, la diffusione delle soluzioni ha luogo con grande velocità (polinomialmente veloce). La controversia se tale fenomeno avesse luogo nasceva dal fatto che il "determinante di splitting" (la quantità ritenuta sino allora rilevante per il tempo di diffusione) è, anche in questi casi, esponenzialmente piccola.

Nel lavoro [12] si tratta il problema della Diffusione di Arnold per sistemi non-isocroni (rotatori non-lineari accoppiati a un pendolo mediante una piccola perturbazione). La situzione è ancora più complicata che nel caso precedente dato che la dinamica dei rotatori è anch'essa incognita. La dimostrazione dello shadowing e dell'esistenza di una soluzione che diffonde nel tempo ottimale richiede, in questo caso, un dettagliato studio delle risonanze, un nuovo argomento variazionale basato su proprietà di convessità (qui miglioriamo in maniera sostanziale un noto lavoro di Bessi), e una fine analisi dei tempi di ergodizzazione del toro (si ritrovano come corollari i risultati di Bourgain-Golse-Wenneberg). Il nostro approccio è completamente autocontenuto e, in particolare, non basandosi sull'esistenza di "catene di tori di transizione" come nell'approccio standard, non fa uso della teoria KAM; ciò permette anche di trovare soluzioni di diffusione in nuove regioni dello spazio delle fasi dove i tori invarianti sono separati da larghi "gaps". L'ottimalità del tempo di diffusione viene dimostrata, infine, mediante tecniche perturbative di teoria della media di tipo Neckhoroshev.

D) Un nuovo filone è rappresentato dalla ricerca di soluzioni periodiche per equazioni alle derivate parziali (PDEs) Hamiltoniane e per sistemi dinamici della Meccanica Celeste.

In [13] -[14]-[20]-[24] dimostriamo nuovi risultati di esistenza e molteplicità di modi normali di oscillazione nonlineari per equazioni delle onde completamente risonanti. Queste PDEs posseggono un punto di equilibrio ellittico avente le frequenze lineari di piccole oscillazioni soddisfacenti infinite relazioni di risonanza e, pertanto, l'equazione linearizzata all'equilibrio possiede spazi infinito dimensionali di soluzioni periodiche aventi lo stesso periodo (modi normali lineari).

I risultati di [13] -[14]-[20]-[24] rappresentano una generalizzazione dei classici teoremi di Weinstein, Moser e Fadell-Rabinowitz, validi in dimensione finita. Le due difficoltà principali nell'estendere tali teoremi a PDEs completamente risonanti sono (i) un problema di "piccoli divisori" e (ii) un problema di biforcazione: quali soluzioni periodiche dell'equazione linearizzata infinito dimensionale possone essere continuate nel sistema nonlineare?

In [13]-[14], facendo uso di metodi variazionali per risolvere l'equazione di biforcazione (problema (ii)), dimostriamo l'esistenza di soluzioni periodiche (modi normali nonlineari) per equazioni aventi una nonlinearità qualsiasi. Le frequenze di tali soluzioni appartengono a un insieme di misura nulla introdotto da Bambusi, permettendo, cosi, di superare facilmente il problema (i) dei piccoli divisori e di applicare il teorema standard delle contrazioni.

In [20]-[24], invece, consideriamo il problema di trovare soluzioni periodiche per insiemi di frequenze di misura positiva. Per questo, affrontiamo il problema (i) dei piccoli divisori sviluppando un teorema di funzione implicita di tipo Nash-Moser. Tale teoria è stata principalmente sviluppata per le equazioni alle derivate parziali Hamiltoniane (non-risonanti) da Craig, Wayne e Bourgain. Il punto più delicato consiste nella inversione delle equazioni linearizzate sulle soluzioni approssimate ottenute ad ogni step dello schema ricorsivo di Nash-Moser. La tecnica di Craig-Wayne-Bourgain, basata su precedenti lavori di Frölich e Spencer, permette di trattare nonlinearità analitiche e dispari. La tecnica sviluppata in [20] per la inversione di tali equazioni linearizzate permette, invece, di considerare anche nonlinearità non dispari e aventi differenziabilità spaziale finita.

In [23]-[24] proviamo l'esistenza di soluzioni periodiche dell'equazione delle onde per insiemi di frequenze di misura positiva e per nuovi classi di nonlinearita'. Questo richiede un ulteriore studio della equazione di biforcazione. In [24], al fine di trovare risultati di genericità, sviluppiamo teoremi di teoria di punti critici per famiglie di funzionali dipendenti da parametri che hanno una geometria di mountain pass. La condizione di non-degenerazione richiesta é molto debole.

Nei lavori [15] e [17] consideriamo il problema dell'esistenza di soluzioni periodiche di tipo Birkhoff-Lewis, cioè di soluzioni periodiche aventi periodo minimo sempre piú lungo che si accumulano a punti o tori ellittici. Tali soluzioni non sono le continuazioni dei modi normali di oscillazione lineare e sono un fenomeno puramente nonlineare, che emerge dalla forma normale di Birkhoff del sistema.

In [15] dimostriamo dapprima un teorema astratto in dimensione finita di tipo Birkhoff-Lewis, assumendo condizioni standard di non-risonanza e di non-degenerazione. Successivamente dimostriamo che tali ipotesi sono verificate nel classico problema dei tre corpi spaziale e planetario, che è stato studiato da vari autori quali Moser, Jeffreys, Herman, Chierchia, Laskar. Questo richiede l'uso di una opportuna forma normale di Birkhoff, della teoria KAM, di metodi di biforcazione e di tecniche variazionali.

Infine dimostriamo in [17] l'esistenza di soluzioni di tipo Birkhoff-Lewis per una classe di equazioni alle derivate parziali Hamiltoniane. Questo richiede una opportuna forma normale di Birkhoff in dimensione infinita, un'analisi dei piccoli divisori e, ancora, l'uso di metodi variazionali.

In [18]-[19]-[21]-[22] consideriamo equazioni delle onde nonlineari, completamente risonanti e periodicamente forzate nel tempo. In [18]-[21] il problema principale consiste nel risolvere l'equazione di biforcazione che manca radicalmente di proprietà di compattezza. Tale difficoltà è stata superato da Rabinowitz e altri autori assumendo ipotesi di monotonia sul termine forzante. Nel caso strettamente monotono le soluzioni risultano regolari per un risultato di Brezis-Nirenberg, mentre, già nel caso non-monotono, le soluzioni ottenute da Rabinowitz sono in generale solamante soluzioni deboli. In [18]-[21] presentiamo risultati di esistenza e regolarità per un'ampia classe di termini forzanti non monotoni. Questo richiede un nuovo approccio. Dopo una riduzione variazionale di Lyapunov-Schmidt, ricuperiamo compattezza nel problema trovando opportune stime a-priori per i minimi vincolati del funzionale di azione ridotto. Inoltre dimostriamo la regolarità delle soluzioni con tecniche ispirate alla teoria della regolarità ellittica.

In [19]-[22] troviamo soluzioni quasi-periodiche a due frequenze per equazioni delle onde completamente risonanti, periodicamente forzate nel tempo, con condizioni spaziali periodiche. Consideriamo sia il caso in cui la frequenza forzante è un numero razionale sia un numero irrazionale. La difficoltà principale consiste nel risolvere una equazione di biforcazione infinito dimensionale. La situazione piú difficile si trova quando la la frequenza forzante è un numero razionale e, pertanto, entra in risonanza con la frequenza propria del sistema linearizzato $\omega = 1$. Dopo una opportuna riduzione variazionale di tipo Lyapunov-Schmidt troviamo una soluzione mediante l'uso del teorema di linking infinito dimensionale di Benci-Rabinowitz.

In [25] consideriamo un'equazione delle onde non omogenea sottoposta ad una forzante periodica nonlineare, la cui frequenza non entra in risonanza con i modi normali propri della corda. Nel caso di frequenze rapidamente oscillanti proviamo l'esistenza di una soluzione periodica mediante tecniche di Nash-Moser.

Questi risultati sono anche descritti in modo didattico nel libro "Nonlinear Oscillations in Hamiltonian PDEs", Birkhauser, 2008, che raccoglie il materiale di alcuni corsi di dottorato tenuti alla SISSA negli ultimi anni. Partendo dalla teoria della biforcazione di orbite periodiche di Poincaré-Lyapunov, Weinstein-Moser e Fadell-Rabinowitz, si presentano le nuove problematiche legate alla PDEs Hamiltoniane, le idee dei teoremi di Nash-Moser, l'analisi variazionale risonante infinito dimensionale, il nuovo modo per le inversioni degli operatori linearizzati, in modo completamente autocontenuto.

Seminari tenuti

[1] "*Un approccio variazionale alla diffusione di Arnold*", Università di Roma 3, invitato dal Prof. L. Chierchia, marzo 1996.

[2] "*Integrabilità e non-integrabilità in meccanica classica*", Scuola Normale Superiore, Pisa, marzo 1997.

[3] "*Chaotic dynamics in presence of a saddle-saddle equilibrium*", Univeristé Paris VI, invitato dal Prof. M. Chaperon, gennaio 1998.

[4] "*Melnikov-type variational results*", Univeristé Paris VII, invitato dal Prof. J. P. Marco, febbraio 1998.

[5] *"Homoclinics and chaos in presence of a saddle-saddle equilibrium"*, OberWolfach, marzo 1999.

[6] *"Chaos nel problema dell'asta incastrata"*, nelle "Giornate di analisi non lineare", SISSA, giugno 1999.

[7] *"Chaotic dynamics for perturbations of infinite dimensional Hamiltonian systems"*, Univ. di Roma 3, invitato dal Prof. Bessi, giugno 1999.

[8] *"Diffusion time estimates for nearly integrable Hamiltonian systems"*, Univ. di Avignone, invitato dal Prof. Bolle, dicembre 1999.

[9] *"Nuovi metodi variazionali nello studio della diffusione di Arnold"*, Roma La Sapienza, invitato dal Prof. Gallavotti, febbraio 2000.

[10] *"Diffusione Arnold per Hamiltoniane degeneri"*, Univ. Roma 3, invitato dal Prof. L. Chierchia, febbraio 2000.

[11] *"Fast Arnold diffusion via a variational approach"*, SISSA, marzo 2000.

[12] *"Un approccio variazionale alla diffusione di Arnold"*, Univ. di Pisa, invitato dal Prof. Marino, giugno 2000.

[13] *"Una riduzione di Lyapunov-Schmidt per sistemi Hamiltoniani isocroni quasi-integrabili"*, Univ. di Napoli, invitato dal Prof. Coti-Zelati, settembre 2000.

[14] *"Diffusion time and splitting of separatrices for nearly integrable isochronous Hamiltonian systems"*, nel convegno "Analisi non lineare", Perugia, novembre 2000.

[15] *"Arnold diffusion: a functional analysis approach"*, nel convegno Symmetry and Perturbation Theory, Cala Gonone, maggio 2001.

[16] *"A functional analysis approach to Arnold diffusion"*, Univ. Central di Barcellona, invitato dal Prof. Delshams, settembre 2001.

[17] *"Optimal stability and instability results for a class of nearly integrable Hamiltonian systems"*, Univ. Statale di Milano, invitato dal Prof. Bambusi, novembre 2001.

[18] *"Drift and diffusion in phase space"*, SISSA, dicembre 2001.

[19] *"Drift in phase space: a new variational mechanism with optimal diffusion time"*, Scuola Normale Superiore di Pisa, invitato dal Prof. S. Marmi, febbraio 2002.

[20] *"A new variational mechanism for drifting with optimal diffusion time"*, nella scuola "Geometric, Probabilistic and Variational Methods in Dynamical Systems", SISSA, febbraio 2002.

[21] *"Drift in phase space: a new variational mechanism with optimal diffusion time"*,

durante il congresso “Joint Meeting of UMI-AMS” nella sessione di Non-Linear Analysis, Pisa, giugno 2002.

[22] *“Periodic solutions in nonlinear wave equations”* “Evolutionary parabolic problems”, Grado, Trieste, 2 settembre 2002.

[23] *“Drift in phase space: a new variational mechanism with optimal diffusion time”*, al “International Conference on Dynamical Methods for Differential Equations”, 4-7 settembre 2002, Valladolid, Spagna.

[24] *“Periodic solutions in nonlinear wave equations”*, durante il convegno “Calculus of Variations in Nonlinear phenomena”, 23-28 settembre 2002 a Martina Franca, Taranto.

[25] *“Periodic solutions in nonlinear wave and plate equations”*, Milano, durante il bimestre di analisi nonlineare “Analisi Nonlineare ed Equazioni Differenziali”, 22 ottobre 2002.

[26] *“Soluzioni periodiche di equazioni completamente risonanti”*, invitato dal Prof. Chierchia Univ. Roma 3, 3 dicembre 2002.

[27] *“Periodic solutions of nonlinear Hamiltonian PDE's”*, SISSA, 10 dicembre 2002.

[28] *“Periodic solutions in nonlinear wave equations with general nonlinearities”*, École Politecnique de Tunisie, 29-1-2003, invitato dalla Prof. H. Riahi.

[29] *“Periodic solutions in nonlinear wave equations: new connections between Dynamical Systems and PDE's”*, Invited speaker al congresso *“Workshop on New connections between dynamical systems and PDE's ”*, 6-10 luglio, Palo Alto, California, organizers: L.C. Evans, P. Rabinowitz.

[30] *“Periodic solutions in nonlinear Hamiltonian PDE's”*, Grado, 2-4 settembre 2003, Workhop “Nonlinear Partial Differential Equations and Connected Geometrical Problems”

[31] *“Soluzioni periodiche di PDE's Hamiltoniane”*, conferenza invitata di 30 min. per il congresso UMI, sez. Analisi nonlineare e sistemi dinamici, Milano, settembre 8-13, 2003.

[32] *“Birkhoof-Lewis type results for some Hamiltonian PDEs”*, “Trimester in Dynamical and Control Theory”, ICTP, Trieste, 5 novembre 2003.

[33] *“Birkhoof-Lewis periodic orbits in some Hamiltonian PDEs”*, Università di Roma 3, 10 novembre 2003.

[34] *“Soluzioni periodiche dell'equazione delle onde e il metodo di Nash-Moser”*, Università di Napoli, 30 gennaio, 2004, invitato dal Prof. Coti Zelati.

[35] *“Soluzioni periodiche dell'equazione delle onde e il metodo di Nash-Moser”*, SISSA, 3 marzo 2004.

[36] *“Small divisors problem in Hamiltonian partial differential equations”*, Ecole Polytecnique de Tunisie, 16 marzo 2004, invitato dal Prof. El Alsmi.

[37] *“Soluzioni periodiche dell'equazione delle onde e il metodo di Nash-Moser”*, Università di Roma 3, 17 marzo 2004, invitato dal Prof. Chierchia.

[38] *“Soluzioni periodiche di PDEs completamente risonanti e il teorema di Nash-Moser.”*, Università di Milano, 22 aprile 2004, invitato dal Prof. Bambusi.

[39] *“Periodic solutions of completely resonant nonlinear wave equations”*, Invited speaker at the “Workshop on Integrable and Near-integrable Hamiltonian PDE” Organizing Committee: W. Craig , P. Deift, S. Kuksin, P. Olver, J. Toth, P. Winternitz, Toronto, May

17-21, 2004.

[40] *"Periodic solutions of Hamiltonian PDEs"* Invited speaker al congresso "Bifurcation Theory and Nonlinear Waves", 21-25 June, 2004, Centre Bernoulli, Lausanne, organizing commette: A. Ambrosetti, M.J. Esteban, C.A. Stuart, J.F. Toland.

[41] *"Forced vibrations of wave equations with non-monotone nonlinearities"*, Università di Madison-Wisconsin, 10 novembre 2005, invitato dal Prof. P. Rabinowitz.

[42] *"Periodic and quasi-periodic solutions of Hamiltonian PDEs"*, conferenza di 30 minuti invitata all International Symposium on "Variational Methods and Nonlinear Differential Equations", Roma, January 10-14, 2005.

[43] *"Recent results in nonlinear wave equations"*, Università di Roma 3, 11 marzo 2005, invitato dal Prof. L. Chierchia.

[44] *The Nash-Moser theorem and the problem of isometric embedding of compact Riemannian manifolds*, 16 marzo 2005, Sissa.

[45] *Variational solutions of nolinear wave equations in presence of small divisors*, Università di Roma 3, 18 maggio 2005, invitato dal Prof. L. Chierchia.

[46] *Nonlinear oscillations in Hamiltonian PDEs*, Università di Milano, 20 maggio 2005, invitato dal Prof. E. Serra.

[47] *Nonlinear oscillations in Hamiltonian PDEs*, Università di Camerino, 2 giugno 2005, invitato dal Prof. F. Giannoni.

[48] *Nonlinear oscillations in Hamiltonian PDEs: a variational principle on a Cantor set*, invited conference al congresso Equadiff 11, Bratislava, 25-28 luglio, dal Prof. P. Rabinowitz.

[49] *Nonlinear oscillations in Hamiltonian PDEs*, Workshop *Fixed point theory* in onore di Dugundji, Bedlevo, 1-5 agosto 2005, invitato dal prof. A. Abbondandolo.

[50] *Forced vibrations of a wave equation*, congresso "Nonlinear elliptic and parabolic problems", Grado 1-3 settembre.

[51] *Periodic solutions of completely resonant wave equations and the Nash-Moser theorem*, 27 settembre 2005, Mc Master University, Hamilton, Canada, invitato dal prof. W. Craig.

[52] *Nonlinear oscillations for the wave equation*, 11 ottobre 2005, university of british Columbia, Vancouver, Canada, invitato dai Prof. I. Ekeland, N. Ghoussoub.

[53] *Genericity results of periodic of completely resonant wave equations*, 24 settembre 2005, Mc Master University, Hamilton, Canada, invitato dal prof. W. Craig.

[54] *Oscillazioni nonlineari di PDEs Hamiltoniane*, Università di Napoli, 15 dicembre 2005.

[55] *Oscillazioni nonlineari di PDEs Hamiltoniane*, Università di Roma 2, 14 marzo 2006.

[56] *Nonlinear oscillations in Hamiltonian PDEs*, Università di Pisa, 26 maggio 2006.

[57] *Nonlinear oscillations in Hamiltonian PDEs*, Poitiers, VI AIMs International Conference on Differential equations, 26 giugno 2006.

[58] *Nonlinear oscillations in Hamiltonian PDEs*, al congresso "Harmonic and Nonlinear analysis" invitato dal Prof. Y. Long, Tianjin, China, 11-16 settembre 2006.

[59] *Nonlinear oscillations in Hamiltonian PDEs*, Cina, invited speaker by Prof. I. Ekeland, P. Rabinowitz, A. Ambrosetti, may 2007.

[60] *"Variational methods in Hamiltonian PDEs"* invited by prof. J. You and C. Chang, Nanjin Univ., September 2007.

[61] Invited at the workshop *"From Dynamical Systems to Statistical Mechanics"* CIRM Marseille, of the "Gruppo di Ricerca Europea Franco-Italiana: Fisica e Matematica", GREFI-MEFI. Scientific Committee: V. Baladi, D. Bambusi, T. Goudon, C. Liverani, F. Martinelli, A. De Masi, S. Shlosman. February 2008.

Corsi invitati

[1] *"Variational methods and Chaos theory"* nel 2003 e nel 2004 dalla Prof. H. Riahi, presso l'Ecole Politecnique de Tunisie nell'ambito dell'attività di "Nonlinear Analysis".

[2] *"Nonlinear oscillations in Hamiltonian PDEs"*, 8 lectures, per la SISSA Spring School, Variational problems in nonlinear analysis, aprile 2005.

[3] Corso di dottorato presso la Sissa nel febbraio-aprile 2006, 18 ore.

[4] Minicorso di 3 lezioni all'ICTP per la School and workshop *"Nonlinear differential equations"*, organizzato da A. Ambrosetti, C. Chidume, J. De Figuereido, 22-27 ottobre 2006.

[5] Corso di dottorato presso la SISSA su "Biforcazione e Teoria di Nash-Moser", 1 ciclo, 2007.

[6] Corso di 4 lezioni su *"Variational methods in Hamiltonian PDEs"*, ASI Montreal, 14-28 giugno 2007, organizzatori, D. Bambusi, W. Craig, S. Kuksin, A. Neisthedt.

[7] Corso di lezioni su "*Nonlinear oscillations and small divisors problems in PDEs*", Shangai, Prof. X. Yuan, September 2007.

[8] Course on "KAM theory", Univ. British-Columbia, invited by I. Ekeland, June 2008.

[9] Series of Lectures at the Semester at CRM (Centre de Recerca Matematica) in Barcelona on "Stability and Instability in Mechanics: From Mathematics to Applications". Organizers: R. De La Llave, A. Delshams, T. Seara, September-December 2008.

Corsi e Didattica

[1] Esercitazioni per il corso di Analisi II tenuto dal Prof. C. Citrini, Politecnico di Milano, 18 ore, 1994-95.

[2] Esercitazione nel corso di "Meccanica Razionale con elementi di Meccanica Statistica", Prof. S. Servadio, Università di Pisa, 16 ore, corso di laurea in Fisica, 1996-97.

[3] Seminari su "Deterministic Chaos Theory", SISSA, 1999.

[4] "Introduction to Hamiltonian Systems", SISSA, 1 ciclo, 1999-2000.

[5] "Seminars on Arnold Diffusion", SISSA, 2000.

[6] "Quasi-periodic solutions", SISSA, 2000.

[7] "Seminars in Dynamical Systems", SISSA, 2001.

[8] "Teoria di Mather per mappe twist", SISSA, 2001.

[9] “Complements on Ordinary Differential Equations”, 40 ore, SISSA, 2001-2002.

[10] “Periodic solutions in Hamiltonian systems”, 20 ore, SISSA,

[11] “Mathematical Analysis Review”, 12 ore, ICTP, settembre-ottobre 2003.

[12] “Bifurcation theory and Hamiltonian systems”, 1 ciclo, 20 ore, SISSA, febbraio-marzo 2004.

[13] Esercitazioni di Analisi funzionale, SISSA, gennaio-aprile, 2005.

[14] Matematica per biologia, 58 ore, Università di Napoli.

[15] Sistemi dinamici, 4 crediti, facoltà di matematica, Università Federico II di Napoli, 2005-06.

[16] Matematica per biologia, 74 ore, Università di Napoli, 2006-07.

[17] Sistemi dinamici, 5 crediti, facoltà di matematica, Università Federico II di Napoli, 2006-07.

[18] Matematica per biologia, 74 ore, Università di Napoli, 2007-08.

[19] Sistemi dinamici, 5 crediti, facoltà di matematica, Università Federico II di Napoli, 2007-08.

Dispense per il corso di Sistemi Dinamici.

Relatore di tesi di laurea specialistica del dott. Marco Caponigro su ”Teoria della biforcazione e problemi di fluido dinamica” alla SISSA assieme al Prof. A. Ambrosetti, discussione 27 ottobre 2006.

Scuole e Convegni

[1] School and Workshop “Variational and local Methods in the study of Hamiltonian Systems”, Trieste, 1994, organizzato da A. Ambrosetti, G. F. Dell’Antonio.

[2] First School and Workshop “Non-linear Functional Analysis and Applications to Differential Equations”, Trieste, 1996, organizzato da A. Ambrosetti, K. C. Chang, I. Ekeland.

[3] Workshop on “Non-linear Variational Methods” maggio 1997, Parigi, I. Ekeland, M. Esteban, E. Séré.

[4] Second School and Workshop “Non-linear Functional Analysis and Applications to Differential Equations”, Trieste, 1997, organizzato da A. Ambrosetti, K. C. Chang, I. Ekeland.

[5] Scuola estiva “Analisi Non-lineare”, Cortona, 1997, organizzato da A. Ambrosetti, I. Ekeland.

[6] “Convegno in onore di Ennio De Giorgi”, SNS-Pisa, ottobre 1997.

[7] “Geometrical and topological methods in nonlinear differential equations”, OberWolfach, marzo 1999.

[8] “Giornate di analisi non lineare”, SISSA, giugno 1999,

[9] Univ. di Avignon, Coll. Sci. col Prof. Bolle, dicembre 1999.

[10] “Variational and Topological method in non-linear analysis”, Pisa, febbraio 2000.

[11] “Theorie KAM faible et ensembles de Aubry-Mather”, Chambery, giugno 2000.

[12] “Stable and unstable motions in Hamiltonian Systems”, Roma, settembre 2000.

[13] “Analisi non lineare”, Perugia, novembre 2000.

[14] Univ. di Padova, Coll. Sci. Prof. Benettin, dicembre 2000.

[15] “Symmetry and Perturbation Theory”, Cala Gonone, maggio 2001.

[16] “Celmec 2001, Celestial Mechanics”, Roma, giugno 2001.

[17] “Nonlinear differential equations”, Bergamo, luglio 2001.

[18] Univ. di Avignone, Coll. Sci. col Prof. Bolle, dicembre 2001.

[19] “School and Workshop in Dynamical Systems”, ICTP, Trieste, agosto 2001.

[20] “Research Trimester in Dynamical Systems”, Scuola Normale Superiore di Pisa, febbraio 2002.

[21] “Geometric, Probabilistic and Variational Methods in Dynamical Systems”, SISSA, febbraio 2002.

[22] “First Joint meeting AMS-UMI”, Pisa, giugno 2002.

[23] “Evolutionary parabolic problems”, Grado, Trieste, settembre, 2002.

[24] “International Conference on Dynamical Methods for Differential Equations”, 4-7 settembre 2002, Valladolid, Spagna.

[25] “Calculus of Variations in Nonlinear phenomena”, 23-27 settembre 2002, Martina Franca, Taranto.

[26] Bimestre di analisi nonlineare “Analisi Nonlineare ed Equazioni Differenziali”, 20-22 ottobre 2002.

[27] “Workshop and Conference on recent Trends in Nonlinear Variational Problems”, ICTP Trieste, 2003.

[28] “School and Workshop on Mathematical Analysys of Hydrodynamics”, organizer: P. Costantin, S. Kuksin, J. Toland, Edinburgh, june, 2003.

[29] Workshop on “New Connections between Dynamical Systems and PDE’s”, Palo Alto, organizer C.L. Evans, P.Rabinowitz, july 2003.

[30] Workhop “Nonlinear Partial Differential Equations and Connected Geometrical Problems”, Grado, 2-4 settembre 2003.

[31] XVII Congresso UMI, settembre 8-13, 2003.

[32] “Workshop on Integrable and Near-integrable Hamiltonian PDE” Organizing Committee: W. Craig , P. Deift, S. Kuksin, P. Olver, J. Toth, P. Winternitz, Toronto, May 17-21, 2004.

[33] “Workshop on Hamiltonian Dynamical Systems” Organizing Committee: E. Zhender, S. Kuksin, E. Wayne, W. Craig, D. Bambusi. Montreal, May 24-28, 2004.

[34] “Bifurcation Theory and Nonlinear Waves”, 21-25 June, 2004, Centre Bernoulli, Lausanne, organizing commette: A. Ambrosetti, M.J. Esteban, C.A. Stuart, J.F. Toland.

[35] International Symposium on Variational Methods and Nonlinear Differential Equations on the occasion of Antonio Ambrosetti’s 60th birthday, Università Roma 3, January 10-14, 2005.

[36] “Recent and future developments in Hamiltonian systems”, trimester in dynamical systems, Paris, 23-27 maggio 2005.

[37] Course on “The Mathematical Theory of Water Waves”, Prof. W. Craig, Milano,

4-11 giugno 2005.

[38] Workshop Equadiff 11, Bratislava, 25-28 luglio.

[39] Workshop on “Fixed Point theory”, in hounor of Prof.Dugundgj, Bedlevo, 1-5- august 2005.

[40] “Nonlinear Elliptic and Parabolic Problems II”, Grado, 1-3 September 2005.

[41] “VI International AIMS Conference on differential equations”, Poitiers, june 2006.

[42] “Harmonic and Nonlinear Analysis”, Tianjin, settembre 2006.

Organizzazione Scientifica

[1] Coordinatore dell’attività di *Sistemi Dinamici presso la SISSA*, nel biennio 2000-2002 durante la quale sono stati invitati i Prof. M. Viana, L. Chierchia, U. Bessi, V. Gelfreich, P. Bolle, J. Cresson, C. Liverani, S. Luzzatto, G. Benettin, A. Giorgilli, Collet, D. Bambusi, H. Eliasson.

[2] Organizzatore della Scuola Invernale SISSA-Prodyn, “*Geometric, Probabilistic and Variational Methods in Dynamical Systems*”, (con A. Ambrosetti e C. Liverani), SISSA, 11-2-2002-1-3-2002.

[3] Organizzatore del Trimestre di ricerca “*Trimester on Dynamical Systems and Control Theory*”, SISSA-ICTP, settembre-dicembre 2003 (Directors Prof. Agrachev, Prof. Ambrosetti, Prof. Dell’Antonio). Durante questa attività ha invitato i Prof. S. Bolotin, V. Coti Zelati, P. Bolle, V. Mastropietro, A. Delshams, D. Bambusi, L. Chierchia, C. Liverani, S. Marmi, W. Craig.

[4] Organizzatore della scuola “SISSA Spring School” Variational Problems in Nonlinear Analysis, Trieste, 26 aprile-13 maggio, (con A. Ambrosetti e A. Malchiodi).

[5] Organizzatore della sessione “Hamiltonian Systems” per il AIMs’Sixth International Conference on “Dynamical Systems, Differential Equations and Applications”, University of Poitier, 25-28 giugno, con i Prof. A. Delshams e L. Chierchia.

[6] Gruppo di studio, ”The water waves problem as an a Hamiltonian PDE”, assieme al Prof. V. Coti Zelati, finanziati dallo Gnampa a seguito di concorso. Nell’ambito di questa attività ha invitato i Prof. W. Craig, M. Groves, J. Toland.

[7] Organizzatore della sessione “Hamiltonian Systems” al congresso ”Dynamics Days Europe”, University of Loughborough, 9-13 luglio 2007.

[8] Coordinatore del progetto ” La teoria di Mather per i sistemi Lagrangiani finito e infinito dimensionali” finanziati dallo Gnampa 2007.

Attività di Referee

Commissario tesi di Dottorato in matematica a Roma 3, Dott. Laura Di Gregorio, marzo 2006. Commissario tesi di Dottorato in matematica a Milano, Dott. Cristina Bardelle, giugno 2007.

Attività di referee per “*Communications in Mathematical Physics*”, “*Annales de l’ Institute H. Poincaré, Analyse Nonlineaire*”, “*Transactions of the American Mathematical Society*”, “*Calculus of Variations and PDEs*”, “*SIAM Journal of Mathematical Analy-*

sis", "*Journal of Differential equations*", "*Discrete and Continuous Dynamical Systems*", "*NODEA*", "*Rendiconti Matematici Accademia Naz. Lincei*", "*Journal of Mathematical Analysis and Applications*", "*Nonlinearity*", "*Journal of Dynamical and Control Systems*". Collaboratore di "*Math. Reviews*" e "*Math. Zentralblatt*".

Napoli, 30/10/2007