

Indovinello - "Quanto pesano i ragazzi?"

Aldo, Baldo, Carlo, Diego e Franco pesano assieme 213 kg.

Aldo e Baldo pesano assieme 78 kg

Aldo e Carlo pesano assieme 84 kg

Aldo e Diego pesano assieme 67 kg

Aldo e Franco pesano assieme 89 kg

Quanto pesa ciascuno di essi?

Indicando genericamente con:

x_1 Peso di Aldo

x_2 Peso di Baldo

x_3 Peso di Carlo

x_4 Peso di Diego

x_5 Peso di Franco

P_T Peso totale dei cinque ragazzi

P_a Somma tra il peso di Aldo e di Baldo

P_b Somma tra il peso di Aldo e di Carlo

P_c Somma tra il peso di Aldo e di Diego

P_d Somma tra il peso di Aldo e di Franco

Le condizioni imposte dall'indovinello sono le seguenti.

$$\sum_{n=1}^5 x_n = P_T$$

$$x_1 + x_2 = P_a$$

$$x_1 + x_3 = P_b$$

$$x_1 + x_4 = P_c$$

$$x_1 + x_5 = P_d$$

Inserite in un sistema di equazioni lineare e svolto, si ha:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = P_T \\ x_1 + x_2 = P_a \\ x_1 + x_3 = P_b \\ x_1 + x_4 = P_c \\ x_1 + x_5 = P_d \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} P_T \\ P_a \\ P_b \\ P_c \\ P_d \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} P_a + P_b + P_c + P_d - P_T \\ 2 \cdot P_a + P_T - P_b - P_c - P_d \\ 2 \cdot P_b + P_T - P_a - P_c - P_d \\ 2 \cdot P_c + P_T - P_a - P_b - P_d \\ 2 \cdot P_d + P_T - P_a - P_b - P_c \end{bmatrix}$$

Assegnando alle costanti simboliche il loro valore numerico:

$$\begin{cases} P_T = 213 \\ P_a = 78 \\ P_b = 84 \\ P_c = 67 \\ P_d = 89 \end{cases}$$

e sostituendo tali valori nel vettore soluzione:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{P_a + P_b + P_c + P_d - P_T}{3} = 35 \\ x_2 = \frac{2 \cdot P_a + P_T - P_b - P_c - P_d}{3} = 43 \\ x_3 = \frac{2 \cdot P_b + P_T - P_a - P_c - P_d}{3} = 49 \\ x_4 = \frac{2 \cdot P_c + P_T - P_a - P_b - P_d}{3} = 32 \\ x_5 = \frac{2 \cdot P_d + P_T - P_a - P_b - P_c}{3} = 54 \end{cases}$$

Concludendo, Aldo pesa 35 Kg, Baldo 43 Kg, Carlo 49 Kg, Diego 32 Kg e Franco 54 Kg.

Una strana raccolta

In estate un gruppo di 3 amici decide di andare in campagna per un pic-nic. Arrivati in campagna i 3 vengono subito attratti da un bellissimo albero di ciliegie pieno dei suoi frutti rossi tanto invitanti che decidono di sfidarsi nella raccolta delle ciliegie.

Di certo nessuno dei tre si era preparato in precedenza alla raccolta, ma guardando tra le vettovaglie per il pic-nic, trovano i seguenti recipienti: bicchieri, scodelle, vaschette e sacchetti di carta. Qualcuno pensa addirittura di poter riempire le tasche dei pantaloni! Hanno con loro anche una grande cesta che sapevano poter contenere circa 6 kg di ciliegie e decidono di utilizzarla per "pesare" le ciliegie raccolte. Ognuno prende dei contenitori e inizia la sfida

- nella prima 1/2 ora riempiono di ciliegie in tutto 1 sacchetto e 10 bicchieri, riversando il tutto nella cesta si accorgono di averla riempita solo a metà;
- nella seconda mezz'ora riempiono solo 1 scodelle, 4 vaschette e 4 tasche, e riversando il tutto nella cesta, svuotata in precedenza, si rendono conto di averla riempita solo per un terzo;
- dopo ancora mezz'ora riempiono solo 1 scodella e 5 bicchieri che messe nella solita cesta (svuotata in precedenza), la riempiono solo per un quarto;

- nella mezz'ora successiva riempiono 2 sacchetti, 1 scodella e 5 vaschette e rovesciando il tutto nella cesta riescono a colmarla (svuotata in precedenza);
- nell'ultima mezz'ora riescono a riempire di ciliegie 3 sacchetti, ben 20 bicchieri e 5 vaschette per un totale di 1 cesta e mezza (sempre svuotata in precedenza) e la raccolta è così terminata.

Sapendo che in tutta la durata della raccolta il primo ha riempito solo 5 sacchetti e 2 scodelle, il secondo ha riempito 1 sacchetto, 10 vaschette e 10 bicchieri, mentre il terzo ha riempito da solo i rimanenti recipienti, chi dei 3 amici ha raccolto più ciliegie e quante ne ha raccolte?

Soluzione:

Avendo indicato con:

X_1 la capienza del sacchetto di carta

X_2 la capienza della scodella

X_3 la capienza della vaschetta

X_4 la capienza del bicchiere

X_5 la capienza della tasca dei pantaloni

è possibile definire il seguente sistema lineare di 5 equazioni in 5 incognite di rango 5:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 X_1 + 10 X_4 = 3 \text{ kg} \\ 1 X_2 + 4X_3 + 4X_5 = 2 \text{ kg} \\ X_2 + 5 X_4 = 1,5 \text{ kg} \\ 2X_1 + X_2 + 5X_3 = 6 \text{ kg} \\ 3X_1 + 5X_3 + 20X_4 = 9 \text{ kg} \end{array} \right. \quad \left(\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & 20 & 0 \end{array} \right)$$

e risolvendo il sistema si ottiene che:

$$X_1 = 2 \text{ kg}$$

$$X_2 = 1 \text{ kg}$$

$$X_3 = 0.2 \text{ kg}$$

$$X_4 = 0.1 \text{ kg}$$

$$X_5 = 0.05 \text{ kg}$$

Pertanto, chi ha raccolto più ciliegie è stato il primo dei 3 amici che pur avendo riempito solo 5 sacchetti e 2 scodelle è riuscito a raccogliere 12 kg di ciliegie

$$5 * X_1 + 2 X_2 = (10+2) \text{ kg} = 12 \text{ kg}$$

mentre il secondo ha raccolto solo:

$$1 * X_1 + 10 X_3 + 10 X_4 = (2+2+1) \text{ kg} = 5 \text{ kg}$$

ed il terzo ha raccolto:

$$X_2 + 4 X_3 + 25 X_4 + 4 X_5 = (1+0.8+2.5+0.2) \text{ kg} = 4.5 \text{ kg}$$