

PROVA SCRITTA ANALISI I - MODULO A

Esercizio 1. Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione (5 punti):

$$f(x) = \log(1 - 2 \sin^2 x)$$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti (4 punti ciascuno)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{\log(1 + x^2 + \frac{x^4}{4})}$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x\sqrt{x^2 + 1} - \frac{1}{e^{1/x} - 1}$$

Esercizio 3. Determinare massimi e minimi relativi e assoluti della funzione

$$f(x) = |x - 1| - |2 - x|$$

nell'intervallo $[-3, 3]$ (5 punti).

Esercizio 4. Calcolare la parte reale e parte immaginaria delle radici complesse dell'equazione

$$z^4 + 16 = 0$$

(6 punti)

Esercizio 5. Calcolare i limiti delle successioni (3 punti ciascuno)

$$a_n = \sqrt{n^4 - n^2 + n} - \sqrt{n^4 + n^2 - n}, \quad a_n = (n!)^2 - n^n;$$

Esercizio 6. Dare un esmpio di:

- (1) successione non convergente;
- (2) successione illimitata;
- (3) funzione non invertibile.

(2 + 2 + 2 punti).

Esercizio 7. Calcolare massimo e minimo limite delle seguenti successioni

$$a_n = \tan\left(\pi n + \frac{(-1)^n}{n}\right) \quad a_0 = 1, a_{n+1} = -a_n + \frac{1}{n}$$

(3 + 4 punti)