

PROVA SCRITTA ANALISI II - MODULO A

Esercizio 1. Si studino massimi, minimi e punti stazionari della funzione

$$g(x, y) = e^{2x^2}(y^2 + 2xy + 1).$$

(7 punti)

Esercizio 2. Si determinino, e si rappresentino nel piano cartesiano, l'insieme di definizione, l'insieme di differenziabilità e il campo gradiente della funzione $f(x, y) = \arcsin(\sqrt{x^2 + y^2})$ (7 punti)

Esercizio 3. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \int_0^{2x} \log(t^2 + y^2 + 1) dt.$$

Ti tale funzione si determini un punto stazionario e si cerchi di stabilire se si tratta di un minimo, un massimo o un punto di sella. (8 punti)

Esercizio 4. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$2y'' + 2y' + y = e^{x/2} \cos x/2$$

(6 punti)

Esercizio 5. Dopo aver verificato l'applicabilità del teorema di esistenza e unicità per il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y y' \cos x = e^{y^2} \sin x \\ y(0) = \alpha \end{cases}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, si calcoli esplicitamente la soluzione corrispondente ad $\alpha = -1$. (8 punti)