

PROVA SCRITTA ANALISI II - MODULO A

Esercizio 1. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \arctan \frac{(1 + x - 2y)}{(x + 2y)x}.$$

Di tale funzione si determini l'insieme di definizione (e lo si rappresenti nel piano cartesiano), il comportamento al bordo dell'insieme di definizione, i massimi, i minimi e punti stazionari (10 punti)

Esercizio 2. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \int_{xy}^x \sqrt{1 - \sin^4 \frac{\theta}{x}} d\theta.$$

Di tale funzione si determini almeno un punto stazionario e si cerchi di stabilire se si tratta di un minimo, un massimo o un punto di sella. (8 punti)

Esercizio 3. Trovare la soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' - y = e^{-x} + x$$

tale che $y(0) = y(1) = 0$. (6 punti)

Esercizio 4. Dopo aver verificato l'applicabilità del teorema di esistenza e unicità per il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{x}(1 - \tan \frac{y}{x}) \\ y(\tau) = \alpha \end{cases}$$

al variare di $\alpha, \tau \in \mathbb{R}$, si calcoli esplicitamente la soluzione corrispondente a $\tau = 1$, $\alpha = -1$. (8 punti)