

PROVA SCRITTA ANALISI II - MODULO A

Esercizio 1. Cercare minimi, massimi e punti stazionari della funzione

$$f(x, y, z) = 3x^2 + 16y^8 + \frac{1}{10}z^5.$$

(5 punti)

Esercizio 2. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \sqrt{|\cos x|} + \sin(x + y).$$

Determinare l'insieme in cui la funzione è differenziabile. (7 punti). Dimostrare che f ammette massimo e minimo su tutto \mathbb{R}^2 e calcolare i punti di massimo e minimo relativo ed assoluto. (8 punti)

Esercizio 3. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x+1} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

e verificare che ha un minimo relativo in 0. (8 punti)

Esercizio 4. Mostrare, senza risolvere esplicitamente l'equazione, che la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' = (1 + x^2) \arctan y \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

è una funzione pari. (6 punti)