

PROVA SCRITTA ANALISI II - MODULO B

Esercizio 1. Sia γ la curva chiusa che delimita la parte di piano compresa fra le curve

$$\begin{cases} y = 1 - x^2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Di tale curva si calcolino: i vettori tangente e normale, la curvatura e la lunghezza. (8 punti)

Si consideri poi il campo vettoriale piano $\vec{F} = (x/(x^2 + y^2), y/(x^2 + y^2))$, e si calcolino gli integrali curvilinei

$$\int_{C(R)} \vec{F} \cdot \vec{n} \, ds \quad \int_{\gamma} \vec{F} \cdot \vec{n} \, ds$$

ove $C(R)$ denota la circonferenza di raggio R e \vec{n} denota il versore normale rispettivamente alla circonferenza e alla curva γ , scelto in modo che punti all'esterno della regione racchiusa dalla curva. (7 punti)

Esercizio 2. Calcolare il volume del solido ottenuto mediante rotazione di 2π attorno all'asse z del dominio del piano xz

$$D = \{ (x, z) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 1, 4 - 2x \geq |z| \}.$$

(10 punti)

Esercizio 3. Si mostri che l'equazione

$$x^2 + y^2 + e^{x-y} = 1$$

definisce implicitamente una curva cartesiana $y(x)$ in un intorno del punto $(0, 0)$. Si mostri che tale curva $y(x)$ ha un minimo locale in $x = 0$. (10 punti)