

## PROVA SCRITTA ANALISI II - MODULO B

**Esercizio 1.** Si consideri il sottoinsieme del piano

$$A = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \leq 1 - x, y \geq \sqrt{x} \}.$$

Sia  $V$  il volume ottenuto facendo ruotare  $A$  attorno all'asse  $x$ .

- Calcolare il volume di  $V$  (4 punti);
- Determinare una parametrizzazione della superficie  $\partial V$  (4 punti);
- Calcolare l'area della superficie  $\partial V$  (4 punti);
- Calcolare (4 punti)

$$\int_{\partial V} x \, dy.$$

**Esercizio 2.** Si consideri la forma differenziale  $\omega = \frac{2x \, dx + dy}{y + x^2} + dy$ .

- Determinare il campo di definizione di  $\omega$  (2 punti);
- Determinare, se esistono, tutte le primitive (5 punti);
- Calcolare il lavoro svolto dal campo vettoriale corrispondente alla forma differenziale  $\omega$  lungo la semicirconferenza di centro l'origine, raggio unitario e giacente nel semipiano delle  $y \geq 0$ . (4 punti)

**Esercizio 3.** Si consideri la curva  $\gamma$  di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = 10(t - t^2) \\ y(t) = \sin(2\pi t) \end{cases} \quad t \in [0, 1].$$

Stabilire se tale curva è chiusa, semplice, regolare e disegnarne il supporto nel piano (4 punti). Calcolare poi l'area della superficie racchiusa da  $\gamma$  (4 punti).