

**PROVA SCRITTA FONDAMENTI DI ANALISI
MATEMATICA 2**

Esercizio 1. Si consideri in \mathbb{R}^2 il funzionale lineare

$$\Lambda(x, y) = 2x - y.$$

In \mathbb{R}^2 consideriamo le norme

$$\begin{aligned}\|(x, y)\|_1 &= |x| + |y|, & \|(x, y)\|_2 &= \sqrt{|x|^2 + |y|^2}, \\ \|(x, y)\|_\infty &= \max\{|x|, |y|\},\end{aligned}$$

e denotiamo con E_i lo spazio di Banach \mathbb{R}^2 con la norma $\|\cdot\|_i$, $i = 1, 2, \infty$.

Calcolare la norma di $\Lambda: E_i \rightarrow \mathbb{R}$ per $i = 1, 2, \infty$.

Esercizio 2. Mostrare che l'operatore definito da

$$(\mathbb{T}x)_1 = 0, \quad (\mathbb{T}x)_n = \frac{x_{n-1}}{n} \quad \text{per ogni } x = (x_1, x_2, x_3, \dots)$$

è lineare, ben definito e limitato da $\ell^2(\mathbb{N}) \rightarrow \ell^1(\mathbb{N})$.

Si discuta l'iniettività e la suriettività di tale operatore.

Esercizio 3. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_C f(z) dz$$

ove f è la funzione

$$f(z) = \frac{z}{16z^4 + 1}$$

e C la circonferenza di centro $z_0 = i$ e raggio $R = 2$.