

## Esercitazione su:

---

**BLAS**

alcuni approfondimenti...

## Basic Linear Algebra Subprograms (BLAS)

---

**BLAS1: operazioni vet-vet (SAXPY, DOT, ...)**

**BLAS2: operazioni mat-vet (GEMV, ...)**

**BLAS3: operazioni mat-mat (GEMM, ...)**

## Un overview sulle routine di **BLAS1**

Le routine di **BLAS1**  
si possono utilizzare  
ogni qual volta si devono effettuare  
operazioni di algebra lineare  
che coinvolgono vettori monodimensionali.  
(operazioni  $O(n)$ )

Esempi:

Somma di due vettori

$$y \leftarrow y + \alpha \cdot x$$

Prodotto scalare di due vettori

$$dot \leftarrow y \cdot x$$

3

## Alcune routine di **BLAS1**

Nome delle subroutine

**saxpy**( $n, \alpha, x, incx, y, incy$ )

**scopy**( $n, x, incx, y, incy$ )

...

Nome delle function

**sdot**( $n, x, incx, y, incy$ )

**snrm2**( $n, x, incx$ )

**isamax**( $n, x, incx$ )

...

Scopo delle subroutine

$$y \leftarrow y + \alpha x$$

$$y \leftarrow x$$

...

Scopo delle function

$$dot \leftarrow y \cdot x$$

$$nrm2 \leftarrow \|x\|_2$$

$$imax \leftarrow \underset{i}{\operatorname{argmax}} |x_i|$$

## In dettaglio: il suffisso

---

**s**axpy( $n, \alpha, x, incx, y, incy$ )

$$y \leftarrow y + \alpha x$$

Il suffisso del nome della routine specifica il tipo di  $x, y$  e  $\alpha$ :

- **s**, singola precisione;

## In dettaglio: il suffisso

---

**d**axpy( $n, \alpha, x, incx, y, incy$ )

$$y \leftarrow y + \alpha x$$

Il suffisso del nome della routine specifica il tipo di  $x, y$  e  $\alpha$ :

- **s**, singola precisione;
- **d**, doppia precisione;

## In dettaglio: il suffisso

---

**c**axpy(*n, alpha, x, incx, y, incy*)

$$y \leftarrow y + \text{alpha } x$$

Il suffisso del nome della routine specifica il tipo di  $x$ ,  $y$  e  $\text{alpha}$ :

- **s**, singola precisione;
- **d**, doppia precisione;
- **c**, complesso in singola precisione;

## In dettaglio: il suffisso

---

**z**axpy(*n, alpha, x, incx, y, incy*)

$$y \leftarrow y + \text{alpha } x$$

Il suffisso del nome della routine specifica il tipo di  $x$ ,  $y$  e  $\text{alpha}$ :

- **s**, singola precisione;
- **d**, doppia precisione;
- **c**, complesso in singola precisione;
- **z**, complesso in doppia precisione;

## In generale: il suffisso

---

Il suffisso **s, d, c, z** può essere specificato a tutte le routine viste al posto di **\_** :

**\_axpy**(*n, alpha, x, incx, y, incy*)

**\_dot**(*n, x, incx, y, incy*)

**\_nrm2**(*n, x, incx*)

**i\_amax**(*n, x, incx*)

...

## In dettaglio: gli altri argomenti...

---

**saxpy**(*n, alpha, x, incx, y, incy*)

- *n* intero, numero degli elementi di *x* e *y* su cui effettuare l'operazione;
- *incx* intero positivo, indica il passo con cui scorrere gli elementi di *x*;
- *incy* intero positivo, indica il passo con cui scorrere gli elementi di *y*;

## Un overview sulle routine di **BLAS2**

---

Le routine di **BLAS2**  
si possono utilizzare  
ogni volta che si devono effettuare operazioni  
di algebra lineare che coinvolgono matrici e vettori.  
(Operazioni  $O(n^2)$ )

### Esempio:

Aggiornamento di un vettore mediante  
il prodotto di una matrice per un altro  $y \leftarrow y + \alpha \cdot Ax$   
vettore

## Convenzione sui nomi delle routine di **BLAS2**

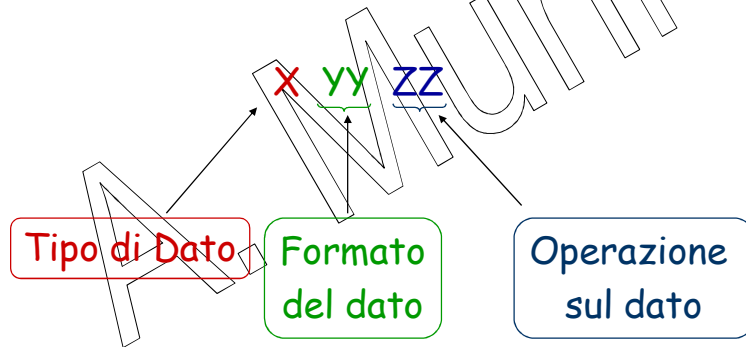
---

Le lettere che compongono  
il nome delle routine specificano  
alcune caratteristiche degli argomenti coinvolti  
ed il tipo di operazione.

## Convenzione sui nomi delle routine di BLAS2

---

Schema generale per i nomi delle routine di BLAS2 è costituito da 5 lettere:



## Convenzione sui nomi delle routine di BLAS2

---

### Prima lettera

Specifica il **tipo di dato** coinvolto nelle operazioni:

- **s**, singola precisione;
- **d**, doppia precisione;
- **c**, complesso in singola precisione;
- **z**, complesso in doppia precisione;

## Convenzione sui nomi delle routine di BLAS2

---

### Seconda e terza lettera

Specificano il **formato** della matrice coinvolta nelle operazioni:

- **ge**, matrici di formato generico;
- **gb**, matrici a banda;
- **sy**, matrici simmetriche;
- **tr**, matrici triangolari;

## Convenzione sui nomi delle routine di BLAS2

---

### Quarta e quinta lettera

Specificano l'**operazione** che deve essere eseguita:

- **mv**, prodotto matrice per vettore;
- **sv**, risoluzione di un sistema di equazioni lineari.



## Esempio 1

---

**s + ge + mv**



**sgemv**(*trans, m, n, alpha, A, lda, x, incx, beta, y, incy*)

Esegue in **singola** precisione  
il prodotto di una **matrice** di **generico**  
formato per un **vettore**.

## Esempio 2

---

**d + tr + mv**



**dtrmv**(*uplo, trans, diag, n, A, lda, x, incx*)

Esegue in **doppia** precisione  
il prodotto di una **matrice** **triangolare**  
per un **vettore**.

## Alcune routine di BLAS2

---

Nome delle routine

Scopo delle routine

**sgemv**( ... )

$$y \leftarrow \alpha Ax + \beta$$

**strmv**( ... )

$$x \leftarrow Ax$$

**strsv**( ... )

$$x \leftarrow A^{-1}x$$

...

...

## In dettaglio: gli altri argomenti...

---

**strmv**(*uplo*, *trans*, *diag*, *n*, *A*, *lda*, *x*, *incx*)

**uplo** :

Specifica il formato della matrice triangolare

**uplo** = 'u'



la matrice  $A$  è triangolare superiore  
( 'u' = 'up' )

**uplo** = 'l'



la matrice  $A$  è triangolare inferiore  
( 'l' = 'lower' )

## In dettaglio: gli altri argomenti...

---

`strmv(uplo,trans,diag,n,A,lda,x,incx)`

### *trans :*

Specifica se la routine di cui è argomento compie l'operazione sulla matrice  $A$  o sulla sua **trasposta**.

$$\text{trans} = 'n' \iff x \leftarrow Ax$$

$$\text{trans} = 't' \iff x \leftarrow A^T x$$

## In dettaglio: gli altri argomenti...

---

`strmv(uplo,trans,diag,n,A,lda,x,incx)`

### *diag :*

Specifica se la matrice  $A$  presenta o meno elementi tutti unitari sulla **diagonale**

$$\text{diag} = 'u' \iff \text{tutti gli elementi diagonali uguali ad 1}$$

$$\text{diag} = 'n' \iff \text{tutti gli elementi diagonali distinti}$$

## Un overview sulle routine di **BLAS3**

---

Le routine di **BLAS3**  
si possono utilizzare  
ogni volta che si devono effettuare  
operazioni di algebra lineare  
che coinvolgono matrici.  
(Operazioni  $O(n^3)$ )

Esempio:

Prodotto matrice per matrice  $C \leftarrow A \cdot B$

A. Murli - Calcolo Scientifico

23

## Convenzione sui nomi delle routine di **BLAS3**

---

Le lettere che compongono  
il nome delle routine specificano  
alcune caratteristiche degli argomenti coinvolti  
ed il tipo di operazione.

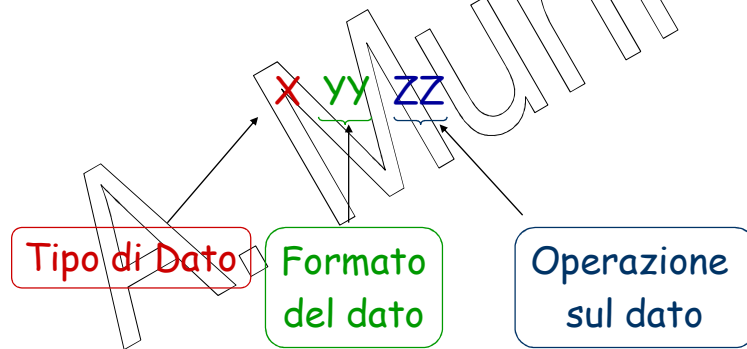
A. Murli - Calcolo Scientifico

24

## Convenzione sui nomi delle routine di BLAS3

---

Schema generale per i nomi delle routine di BLAS3, come per BLAS2, è costituito da 5 lettere:



## Convenzione sui nomi delle routine di BLAS3

---

### Prima lettera

Specifica il **tipo di dato** coinvolto nelle operazioni:

- **s**, singola precisione;
- **d**, doppia precisione;
- **c**, complesso in singola precisione;
- **z**, complesso in doppia precisione;

## Convenzione sui nomi delle routine di BLAS3

---

### Seconda e terza lettera

Specificano il **formato** delle matrici coinvolte nelle operazioni:

- **ge**, tutte le matrici sono di formato generico;
- **he**, una delle matrici è hermitiana;
- **sy**, una delle matrici è simmetrica;
- **tr**, una delle matrici è triangolare;

## Convenzione sui nomi delle routine di BLAS3

---

### Quarta e quinta lettera

Specificano l'**operazione** che deve essere eseguita:

- **mm**, prodotto righe per colonne di 2 matrici;
- **sm**, risoluzione di più sistemi di equazioni lineari.

## Esempio 1

---

**s + ge + mm**



**sgemm**(*transA,transB,m,n,k,α,A,ldA,B,ldB,β,C,ldC*)

Esegue in **singola** precisione  
il prodotto righe per colonne  
di due **matrici** di **generico** formato.

## Esempio 2

---

**d + tr + mm**



**dtrmm**(*side,uplo,transA,diag,m,n,α,A,ldA,B,ldB*)

Esegue in **doppia** precisione  
il prodotto righe per colonne  
di due matrici, delle quali la prima è una  
**matrice triangolare**.

## Alcune routine di BLAS3

---

Nome delle routine

Scopo delle routine

**sgemm**( ... )

$$C \leftarrow \alpha AB + \beta C$$

**strmm**( ... )

$$B \leftarrow \alpha AB$$

**strsm**( ... )

$$B \leftarrow \alpha A^{-1} E$$

...

...

## In dettaglio: gli altri argomenti...

---

**strmm**(*side*, *uplo*, *transA*, *diag*, *m*, *n*,  $\alpha$ , *A*, *lda*, *B*, *ldb*)

**side :**

Specifica se la matrice *A* deve essere moltiplicata, secondo il prodotto righe per colonne, a sinistra o a destra di *B*.

**side** = 'l' = left  $\longleftrightarrow B \leftarrow \alpha AB$

**side** = 'r' = right  $\longleftrightarrow B \leftarrow \alpha BA$



## In dettaglio: gli altri argomenti...

---

`strmm(side, uplo, transA, diag, m, n,  $\alpha$ , A, lda, B, ldb)`

**uplo :**

Specifica il formato della matrice **TR**iangolare:

**uplo = 'u'**  $\longleftrightarrow$  la matrice  $A$  è triangolare superiore  
( 'u' = 'up' )

**uplo = 'l'**  $\longleftrightarrow$  la matrice  $A$  è triangolare inferiore  
( 'l' = 'lower' )

## In dettaglio: gli altri argomenti...

---

`strmm(side, uplo, transA, diag, m, n,  $\alpha$ , A, lda, B, ldb)`

**transA :**

Specifica se la routine di cui è argomento deve compiere l'operazione sulla matrice  $A$  o sulla sua trasposta.

**transA = 'n'**  $\longleftrightarrow$   $B \leftarrow \alpha AB$

**transA = 't'**  $\longleftrightarrow$   $B \leftarrow \alpha A^T B$

## In dettaglio: gli altri argomenti...

**strmm**(side,uplo,transA,diag,m,n, $\alpha$ ,A,lda,B,ldb)

**diag :**

Specifica se la matrice **A** presenta o meno elementi tutti unitari sulla **diagonale**

**diag = 'u'**  $\longleftrightarrow$  tutti gli elementi diagonali uguali ad 1

**diag = 'n'**  $\longleftrightarrow$  tutti gli elementi diagonali distinti

## Come ricordare tutti i nomi delle routine?

Utilizzando le quick reference

Level 1 BLAS		dim	scalar	vector	vector	scalars	A, B, C, S	5-element array	Generate plane rotation	prefixes	
SUBROUTINE	xROTG								Generate plane rotation	S, D	
SUBROUTINE	xROTMG								Generate modified plane rotation	S, D	
SUBROUTINE	xROT	( N, X, INCX, Y, INCY,							Apply plane rotation	S, D	
SUBROUTINE	xROTH	( N, X, INCX, Y, INCY,							Apply modified plane rotation	S, D	
SUBROUTINE	xSWAP	( N, X, INCX, Y, INCY )							$x \leftrightarrow y$	S, D, C, Z	
SUBROUTINE	xSCAL	( N, ALPHA, X, INCX )							$x \leftarrow \alpha x$	S, D, C, Z, CS, ZD	
SUBROUTINE	xCOPY	( N, X, INCX, Y, INCY )							$y \leftarrow x$	S, D, C, Z	
SUBROUTINE	xAXPY	( N, ALPHA, X, INCX, Y, INCY )							$y \leftarrow \alpha x + y$	S, D, C, Z	
FUNCTION	xDOT	( N, X, INCX, Y, INCY )							$dot \leftarrow x^T y$	S, D, DS	
FUNCTION	xDOTU	( N, X, INCX, Y, INCY )							$dot \leftarrow x^H y$	C, Z	
FUNCTION	xDOTC	( N, X, INCX, Y, INCY )							$dot \leftarrow \alpha + x^T y$	C, Z	
FUNCTION	xDOT	( N, X, INCX, Y, INCY )							$dot \leftarrow \alpha + x^H y$	S, D, DS	
FUNCTION	xNRM2	( N, X, INCX )							$norm2 \leftarrow \ x\ _2$	S, D, SC, DZ	
FUNCTION	xASUM	( N, X, INCX )							$asum \leftarrow \ re(x)\ _1 + \ im(x)\ _1$	S, D, SC, DZ	
FUNCTION	IZAMAX	( N, X, INCX )							$amax \leftarrow 1^k k \ni \ re(x_k)\  + \ im(x_k)\  = \max(\ re(x_i)\  + \ im(x_i)\ )$	S, D, C, Z	
Level 2 BLAS		options	dim	b-width	scalar	matrix	vector	scalar	vector		
xSEW	( TRANS, N, N, ALPHA, A, LDA, X, INCX, BETA, Y, INCY )									$y \leftarrow \alpha Ax + \beta y, y \leftarrow \alpha A^T x + \beta y, y \leftarrow \alpha A^H x + \beta y, A - m \times n$	S, D, C, Z
xHEW	( TRANS, N, N, KL, KU, ALPHA, A, LDA, X, INCX, BETA, Y, INCY )									$y \leftarrow \alpha Ax + \beta y, y \leftarrow \alpha A^T x + \beta y, y \leftarrow \alpha A^H x + \beta y, A - m \times n$	S, D, C, Z
xHEW	( UPLO, N, N, ALPHA, A, LDA, X, INCX, BETA, Y, INCY )									$y \leftarrow \alpha Ax + \beta y$	C, Z
xHEW	( UPLO, N, K, ALPHA, A, LDA, X, INCX, BETA, Y, INCY )									$y \leftarrow \alpha Ax + \beta y$	C, Z
xHPW	( UPLO, N, N, ALPHA, AP, X, INCX, BETA, Y, INCY )									$y \leftarrow \alpha Ax + \beta y$	C, Z
xSPW	( UPLO, N, N, ALPHA, A, LDA, X, INCX, BETA, Y, INCY )									$y \leftarrow \alpha Ax + \beta y$	S, D
xSPW	( UPLO, N, N, ALPHA, A, LDA, X, INCX, BETA, Y, INCY )									$y \leftarrow \alpha Ax + \beta y$	S, D
xSPW	( UPLO, N, N, ALPHA, AP, X, INCX, BETA, Y, INCY )									$x \leftarrow Ax, x \leftarrow A^T x, x \leftarrow A^H x$	S, D, C, Z
xTRW	( UPLO, TRANS, DIAG, N, N, A, LDA, X, INCX )									$x \leftarrow Ax, x \leftarrow A^T x, x \leftarrow A^H x$	S, D, C, Z
xTRW	( UPLO, TRANS, DIAG, N, N, A, LDA, X, INCX )									$x \leftarrow Ax, x \leftarrow A^T x, x \leftarrow A^H x$	S, D, C, Z
xTPW	( UPLO, TRANS, DIAG, N, N, AP, X, INCX )									$x \leftarrow Ax, x \leftarrow A^T x, x \leftarrow A^H x$	S, D, C, Z
xTRSV	( UPLO, TRANS, DIAG, N, N, A, LDA, X, INCX )									$x \leftarrow A^{-1} x, x \leftarrow A^{-T} x, x \leftarrow A^{-H} x$	S, D, C, Z
xTRSV	( UPLO, TRANS, DIAG, N, N, A, LDA, X, INCX )									$x \leftarrow A^{-1} x, x \leftarrow A^{-T} x, x \leftarrow A^{-H} x$	S, D, C, Z
xTPSV	( UPLO, TRANS, DIAG, N, N, AP, X, INCX )									$x \leftarrow A^{-1} x, x \leftarrow A^{-T} x, x \leftarrow A^{-H} x$	S, D, C, Z

---

*FINE ESERCITAZIONE!*

A. Murli