Calcolo Numerico

Corso di Laurea in Informatica - Prof. L. D'Amore

a.a. 2008/2009

Interpolazione di dati con `matlab`

1. **Rappresentazione e valutazione di polinomi nella base standard**: La funzione `poly` calcola i coefficienti **nella base standard** di un polinomio, a partire dalle sue radici. Ad esempio, siano $x_1 = 2$, $x_2 = 4$, $x_3 = 6$ le le radici, memorizzate in un vettore r, di un polinomio p; con le istruzioni

   ```
   r = [2 4 6];
   c = poly(r)
   ```

   si calcolano i coefficienti del polinomio:

   $$p(x) = (x-2)(x-4)(x-6) = x^3 - 12x^2 + 44x - 48$$

   rappresentato nella base standard.

   (a) In che ordine sono memorizzati i coefficienti nel vettore c? Secondo l'ordine delle potenze **decrescenti** o **crescenti**?

   (b) Utilizzare la routine di `matlab poly` per calcolare i coefficienti di un polinomio di cui si assegnano le radici.

   In `matlab` i polinomi rappresentati nella base standard si possono memorizzare in vettori riga contenenti i coefficienti (in ordine di potenze **decrescenti**); ad esempio il polinomio

   $$p1(s) = s^3 + 4s^2 + 2s + 5$$

   si rappresenta con il vettore $c_1 = [1 \quad 4 \quad 2 \quad 5]$, mentre, includendo i coefficienti nulli:

   $$p2(s) = s^3 + 1$$

   si rappresenta con $c_2 = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$.

   (a) Scrivere uno script `matlab` in cui, assegnati i coefficienti di un polinomio, p, rappresentato nella base standard, ed un punto di valutazione, z, si calcoli la valutazione $pz = p(z)$ mediante l'algoritmo **di Horner**, ponendo particolare attenzione all'ordine con cui devono essere memorizzati gli elementi del vettore a (secondo le potenze crescenti o decrescenti).

(b) Confrontare i risultati ottenuti con quelli forniti dalla funzione `polyval` di `matlab`:

$$\texttt{pz} = \texttt{polyval}(\texttt{pol}, \texttt{z})$$

2. **Costruzione e valutazione del polinomio interpolante di Lagrange mediante funzioni `matlab`**: Assegnati il vettore dei nodi e dei valori corrispondenti, rispettivamente $\underline{x}$ e $\underline{y}$, la funzione `matlab` `polyfit` calcola i coefficienti del polinomio di grado assegnato, n, che realizza il *fitting* dei dati.

   - Per quale valore di n la funzione calcola i coefficienti dell'unico polinomio di Lagrange interpolante i nodi assegnati?
   - Costruire quest'ultimo ponendo particolare attenzione all'ordine con cui sono memorizzati i coefficienti nella variabile di output, `coeff`, mediante l'istruzione

     $$\texttt{coeff} = \texttt{polyfit}(\texttt{x}, \texttt{y}, \texttt{n})$$

   - Valutare, in corrispondenza di un'ascissa z, il polinomio costruito mediante la funzione `polyval`:

     $$\texttt{pz} = \texttt{polyval}(\texttt{coeff}, \texttt{z})$$

   - Cosa calcola `polyfit`, al variare di n, *maggiore o minore* del numero dei nodi assegnati?

3. **Grafico del polinomio interpolante:** Scrivere una function `matlab` in cui, assegnati un insieme di nodi e di valori corrispondenti, gli estremi dell'intervallo in cui si intende valutarlo ed il numero dei punti di valutazione, m,

   - si costruisca l'unico polinomio di Lagrange interpolante i nodi;
   - si valuti quest'ultimo in corrispondenza delle ascisse z, memorizzate nel vettore:

     $$\texttt{z} = [\texttt{c} : \texttt{h} : \texttt{d}]$$

     appartenenti all'intervallo di punti di valutazione $[c, d]$; il passo di discretizzazione dell'intervallo $[c, d]$ si calcola come $h = (d - c)/m$. Il vettore delle valutazioni del polinomio interpolante i nodi assegnati, in corrispondenza delle componenti di z sarà

     $$\texttt{pz} = \texttt{polyval}(\texttt{a}, \texttt{z})$$

   - Si tracci il grafico della funzione: `plot(z,pz)`

   Eseguire una serie di test scegliendo discretizzazioni più o meno fitte dell'intervallo di valutazione (variando m). Cosa si può osservare sulla regolarità della curva tracciata?