

**PROVA SCRITTA ANALISI II - MODULO A**

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x, y) = y + x^2 + |y^2 - x| + |x + 1|$$

se ne determini l'insieme di differenziabilità, i punti critici e i massimi e i minimi relativi. (10 punti)

**Esercizio 2.** Data la funzione  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = \int_{x^2}^{x-y} \cos(tx) dt.$$

si calcoli la derivata direzionale nel punto  $(1, 1)$  nella direzione individuata dal vettore  $(1, -1)$ . (10 punti)

**Esercizio 3.** Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + y = \lambda y \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

Determinare, se esistono, i valori di  $\lambda \in \mathbb{R}$  tali che  $y(\pi) = 0$ . (12 punti)