

**PROVA SCRITTA FONDAMENTI DI ANALISI  
MATEMATICA 2**

**Esercizio 1.** Si calcolino i coefficienti di Fourier rispetto al sistema  $\{1, \cos nx, \sin nx \mid n = 1, 2, \dots\}$  ortonormale in  $L^2(-\pi, \pi)$  della funzione

$$f(x) = (x^2 - \pi^2)^2$$

La corrispondente serie di Fourier converge uniformemente alla funzione  $f$ ?

**Esercizio 2.** Costruire un funzionale lineare limitato definito su di un sottospazio di  $L^1([0, 1])$  che abbia due (e quindi infinite) estensioni lineari a tutto  $L^1([0, 1])$ .

**Esercizio 3.** Sia  $H$  uno spazio di Hilbert e  $M \subset H$ . Si dimostri che  $M \subset M^{\perp\perp}$  e che  $M^\perp = M^{\perp\perp\perp}$ .