

NOME E COGNOME	MATRICOLA
GRUPPO <input type="checkbox"/> <i>I (Rao)</i> <input type="checkbox"/> <i>IV (Cutolo)</i>	PREFERENZA PER L'ESAME <input type="checkbox"/> <i>urgenti</i> <input type="checkbox"/> <i>non urgenti</i>

1 – Si completi la definizione: un'applicazione $f: A \rightarrow B$ si dice *suriettiva* se e solo se

.....

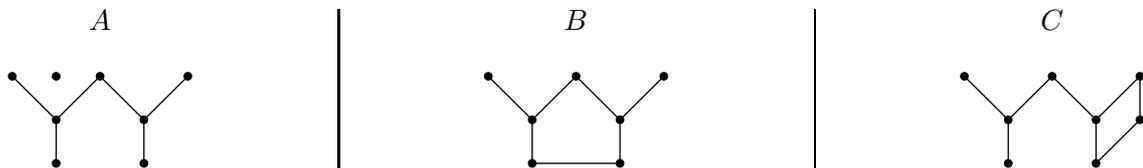
– Il teorema di Stone sui reticoli di Boole finiti afferma che

.....

2 Calcolare il resto r di $\binom{10}{6}$ nella divisione per 7. $r = \dots$
 È vero che $\binom{40}{8} \equiv_{37} \binom{45}{12}$? sì no impossibile stabilirlo

3 Sia n un intero maggiore di 10, e si consideri l'insieme $X = \{x \in \mathbb{Z} \mid 37n - 3 < x \leq 39n\}$. Dunque, $|X| = \dots$
 Quanti sono gli elementi m di X tali che $m \equiv_n 6$?
 zero, almeno uno, esattamente uno, più di uno ma in numero finito, esattamente,
 in numero infinito, nessuna delle precedenti, impossibile stabilirlo.
 Qual è il minimo tale m (espresso in termini di n)?, oppure: tale m non esiste, oppure:
 impossibile stabilirlo.

4 Assegnati i tre grafi A, B, C :



per ogni $X \in \{A, B, C\}$ si considerino la relazioni binarie σ_X e τ_X sull'insieme V_X dei vertici di X definite ponendo, per ogni $v, w \in V_X$:

$$v \sigma_X w \iff v = w \text{ oppure esiste in } X \text{ un cammino di lunghezza pari da } v \text{ a } w.$$

$$v \tau_X w \iff v = w \text{ oppure esiste in } X \text{ un cammino di lunghezza dispari da } v \text{ a } w.$$

σ_A è riflessiva? sì no ; τ_B è simmetrica? sì no ; σ_C è transitiva? sì no

Quali sono equivalenze?

σ_A sì no ; τ_A sì no ; σ_B sì no ; τ_B sì no ; σ_C sì no ; τ_C sì no .

Per quelle che lo sono, si calcoli l'ordine dell'insieme quoziente:

$$|A/\sigma_A| = \dots, \quad |A/\tau_A| = \dots; \quad |B/\sigma_B| = \dots, \quad |B/\tau_B| = \dots; \quad |C/\sigma_C| = \dots, \quad |C/\tau_C| = \dots$$

5 Si consideri la forma proposizionale $\Phi: ((\neg p \vee q) \wedge (r \vee \neg p)) \implies (p \implies (q \wedge r))$. Indicare (scrivendo V o F negli appositi spazi) una terna di valori di verità da sostituire a p, q ed r che rendano vera Φ :

Φ è vera per: $p \dots, \quad q \dots, \quad r \dots, \quad$ oppure non esiste tale terna;

analogamente, indicare una terna di valori di verità; da sostituire a p, q ed r che rendano Φ falsa:

Φ è falsa per: $p \dots, \quad q \dots, \quad r \dots, \quad$ oppure non esiste tale terna.

Φ è una tautologia, contingente, una contraddizione.

6 Dati $a = 47957$ e $b = 44954$, con l'algoritmo euclideo si calcoli il massimo comun divisore positivo d di a e b , e si trovi una coppia u, v di interi tali che $d = au + bv$.

$$d = \dots\dots\dots, \quad u = \dots\dots\dots, \quad v = \dots\dots\dots$$

Posto $a_1 = a/d, b_1 = b/d$, si trovino le fattorizzazioni standard (in prodotto di primi) di d, a_1, b_1, a e b :

$$d = \dots\dots\dots, \quad a_1 = \dots\dots\dots, \quad b_1 = \dots\dots\dots, \\ a = \dots\dots\dots, \quad b = \dots\dots\dots$$

Qual è la fattorizzazione standard del minimo comune multiplo positivo m di a e b ?

$$m = \dots\dots\dots$$

I numeri a e b hanno lo stesso numero di divisori? sì no . Nel secondo caso, quale tra a e b ha più divisori? . . .

Qual è il minimo intero positivo soluzione dell'equazione congruenziale $494x \equiv_{527} 1$?

non esiste, oppure esiste ed è:

7 Sia $X = \{0, 1\}$ e sia $T = X \times X \times X$. Calcolare $|T| = \dots\dots\dots$, $|\mathcal{P}(X)| = \dots\dots\dots$ e $|\mathcal{P}(T)| = \dots\dots\dots$.

Si consideri la relazione binaria ρ definita in T ponendo, per ogni $a = (a_1, a_2, a_3)$ e $b = (b_1, b_2, b_3)$ in T :

$$a \rho b \iff a_1 \leq b_1 \wedge a_2 \leq b_2 \wedge a_3 \leq b_3.$$

ρ è riflessiva? sì no , antiriflessiva? sì no , simmetrica? sì no , antisimmetrica? sì no , transitiva? sì no , una equivalenza? sì no , un ordinamento stretto? sì no , un ordinamento largo? sì no . Nel caso in cui sia un ordinamento, se ne disegni qui il diagramma di Hasse e si risponda alle successive domande.

(T, ρ) è totalmente ordinato? sì no , è un reticolo? sì no , è un reticolo distributivo? sì no , complementato? sì no , booleano? sì no .

Sempre con riferimento a ρ , trovare in T due elementi u e v non confrontabili tra loro: $u = \dots\dots\dots$, $v = \dots\dots\dots$, oppure: tali u e v non esistono.

Se $x = (0, 1, 0)$ e $y = (1, 0, 0)$, trovare: $\inf\{x, y\} = \dots\dots\dots$, oppure: $\inf\{x, y\}$ non esiste,

$\sup\{x, y\} = \dots\dots\dots$, oppure: $\sup\{x, y\}$ non esiste,

un complemento di x : $\dots\dots\dots$, oppure: tale complemento non esiste,

un complemento di x distinto dal precedente: $\dots\dots\dots$, oppure: tale secondo complemento non esiste.

8 Si scriva un polinomio $f \in \mathbb{Z}[x]$ del quale siano radici tutti i numeri interi compresi tra -3 e 4 (inclusi) ma non 5 .

$$f = \dots\dots\dots,$$

oppure: tale polinomio f non esiste. Nel caso in cui almeno un tale polinomio esista, esso deve necessariamente essere divisibile per x ? sì no