

NOME E COGNOME	MATRICOLA
GRUPPO <input type="checkbox"/> <i>I (Rao)</i> <input type="checkbox"/> <i>IV (Cutolo)</i>	PREFERENZA PER L'ESAME <input type="checkbox"/> <i>urgenti</i> <input type="checkbox"/> <i>non urgenti</i>

**1** Si completino le definizioni.

- Un *campo* è .....
- Se  $(S, <)$  è un insieme ordinato e  $T \subseteq S$ ,  $\inf T$  è .....

**2** Sapendo che 197 è un numero primo e  $7645373 = 197^3$ , quanti sono i divisori positivi di  $3^5 \cdot 7645373^2$ ? .....

**3** Calcolare il resto modulo 4 di  $669187310371^{11}$ . Detto resto è ...

**4** La forma proposizionale  $((p \Rightarrow p) \vee q) \iff ((q \vee \neg q) \wedge q)$  è  
 una *tautologia*,     *contingente*,     una *contraddizione*.

**5** Si consideri l'insieme  $A = \{-99, -8, 0, 3, 30, 240\}$ , ordinato per divisibilità, e se ne disegni a lato il diagramma di Hasse.

- $A$  è un reticolo?    sì     no
- $\inf\{-8, 30\} = \dots$ , oppure   $\inf\{-8, 30\}$  non esiste
- $\sup\{30, -99\} = \dots$ , oppure   $\sup\{30, -99\}$  non esiste
- $A \setminus \{30\}$ , con l'ordinamento indotto è un reticolo?    sì     no
- Esiste una parte di  $A$  costituita da 5 elementi che, munita dell'ordinamento indotto da  $A$ , sia un reticolo?  no, oppure:  sì, una è ....., ed  è  non è un reticolo booleano.
- Esiste una parte di  $A$  costituita da 4 elementi che, munita dell'ordinamento indotto da  $A$ , sia un reticolo?  no, oppure:  sì, una è ....., ed  è  non è un reticolo booleano.

**6** Calcolare il minimo intero positivo  $n$  che sia, nello stesso tempo, congruo a 2 modulo 3 e congruo a 4 modulo 5.  $n = \dots$ , oppure:  tale  $n$  non esiste.

**7** Di ognuna delle seguenti equazioni congruenziali si trovi l'insieme (rispettivamente  $S_1, S_2, S_3, S_4$ ) delle soluzioni intere:

- $49x \equiv_{165} 1$ .       $S_1 = \dots$
- $49x \equiv_{165} 2$ .       $S_2 = \dots$
- $147x \equiv_{495} 3$ .       $S_3 = \dots$
- $147x \equiv_{495} 4$ .       $S_4 = \dots$

Calcolare:  $49^{-1} \bmod 165 = \dots$ ;       $34^{165} \bmod 165 = \dots$

8 Dati in  $\mathbb{Q}[x]$  i polinomi  $f = 2x^6 + 2x^5 - 12x^4 - 10x^3 + 18x^2 + 8x - 8$  e  $g = 2x^5 + 3x^4 - 10x^3 - 15x^2 + 8x + 12$ ,

si determinino il massimo comun divisore *monico*  $d$  di  $f$  e  $g$ , l'insieme  $S$  delle radici razionali comuni a  $f$  e  $g$  e le fattorizzazioni in  $\mathbb{Q}[x]$  di  $f$  e  $g$  in prodotto di polinomi invertibili o monici irriducibili.

$d = \dots\dots\dots$ ,  $S = \dots\dots\dots$

$f = \dots\dots\dots$

$g = \dots\dots\dots$

Riguardati poi i polinomi  $f$  e  $g$  come polinomi in  $\mathbb{Z}_3[x]$ , qual è il loro massimo comun divisore monico  $d_3$ ?

$d_3 = \dots\dots\dots$

9 Esistono un insieme  $S$  ed una relazione di equivalenza  $\sim$  in  $S$  tali che  $|S| = 415$  e  $|S/\sim| = 83$ ?

sì  no  impossibile stabilirlo

10 Quante sono, a meno di isomorfismi, le foreste con esattamente cinque vertici che non sono alberi? . . . . .  
Disegnarne qui sotto quante più è possibile (a due a due non isomorfe).