Definizioni. Siano A e B insiemi.

(1) A e B sono equipotenti se e solo se esiste un'applicazione biettiva $A \to B$.
In questo caso, si scrive $|A| = |B|$ e si dice anche che A e B hanno la stessa cardinalità.

(2) Si dice che A ha cardinalità minore o uguale a quella di B (e si scrive $|A| \leq |B|$) se e solo se esiste un'applicazione iniettiva $A \to B$.

(3) Si dice che A ha cardinalità strettamente minore di quella di B (e si scrive $|A| < |B|$) se e solo se esiste un'applicazione iniettiva $A \to B$ ma non esistono applicazioni biettive $A \to B$.

Ovviamente: per ogni A, B e C si ha:

id_A è biett. $\to$ $|A| = |A|$;

$|A| = |B| \Rightarrow |B| = |A|$; $\leftarrow$ f biett. $\Rightarrow f^{-1}$ biett.

$f: A \to B$ biett., $g: B \to C$ biett. $\Downarrow$ $g \circ f$ biett. $\to$ $(|A| = |B| \wedge |B| = |C|) \Rightarrow |A| = |C|$;

$A \subseteq B \Rightarrow |A| \leq |B|$; $\leftarrow$ immersione $A \hookrightarrow B$ iniett.

$|A| = |B| \Rightarrow |A| \leq |B|$;

simile $\to$ $(|A| \leq |B| \wedge |B| \leq |C|) \Rightarrow |A| \leq |C|$;

Meno ovviamente:

$|\mathbb{N}^*| = |\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| = |\mathbb{N} \times \mathbb{N}| < |\mathbb{R}| = |\mathbb{R} \times \mathbb{R}| = |\mathcal{P}(\mathbb{N})|$

$\forall A \ (|A| < |\mathcal{P}(A)|)$

$|A| < |\mathcal{P}(A)| < |\mathcal{P}(\mathcal{P}(A))| < |\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(A)))| \ldots$