

Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica

(Anno Accademico 2000-01)

Docente: A. Buonocore

1. Richiami di Algebra

Insiemi ed operazioni; classi di insiemi; definizione di algebra e di sigma algebra; applicazioni e funzioni; controimmagine di un insieme tramite una funzione.

2. Elementi di Calcolo Combinatorio

Principio fondamentale del Calcolo Combinatorio; disposizioni con ripetizione e relativo teorema; disposizioni semplici e relativo teorema; permutazioni semplici e con ripetizione; combinazioni con ripetizione e relativo teorema; combinazioni semplici e relativo teorema.

Applicazione alla meccanica statistica: modelli di occupazione (statistica di Fermi-Dirac, statistica di Bose-Einstein; statistica di Maxwell-Boltzmann).

3. Concetti fondamentali della Teoria delle Probabilità

Spazio campione di un esperimento casuale; eventi; le varie definizioni di probabilità di un evento: classica, frequentista, soggettiva (cenni); l'impostazione assiomatica; conseguenze immediate degli assiomi; formula di inclusione esclusione (dimostrazione casi $n=2$ e $n=3$); la disuguaglianza di Boole; eventi quasi certi ed eventi quasi impossibili; indipendenza di eventi; probabilità condizionata; formula delle alternative; teorema di Bayes.

4. Variabili Casuali

Definizione di variabile casuale semplice; funzione di ripartizione e relative proprietà; calcolo della probabilità degli intervalli tramite la funzione di ripartizione; le variabili casuali discrete: definizione e casi notevoli (di Bernoulli, binomiale, di Poisson); le variabili casuali assolutamente continue: definizione e casi notevoli (uniforme, esponenziale, di Gauss o normale); trasformazioni di variabili casuali e relativi teoremi (dimostrazione solo del teorema di misurabilità); le variabili casuali multiple; funzione di ripartizione congiunta e relative proprietà; variabili casuali indipendenti; funzioni di variabili casuali; le variabili casuali di interesse in statistica: chi-quadrato; t-student; F-Fisher; gamma); definizione di quantile e uso delle tavole statistiche.

5. Momenti

Definizione generale di momento; momenti rispetto all'origine; momenti rispetto alla media; relazioni tra i due tipi di momenti (caso $n=2$, $n=3$, $n=4$); media e varianza di una variabile casuale con relative proprietà; i coefficienti di simmetria e di piccatezza (cenni); la funzione generatrice dei momenti e suo utilizzo per il calcolo dei momenti.

6. Risultati probabilistici di particolare interesse in Statistica

La disuguaglianza di Chebyshev; la legge debole dei grandi numeri; il teorema centrale di convergenza (solo enunciato).

7. Concetti introduttivi all'Inferenza Statistica

I principali problemi della Statistica; concetto di genitrice e di campione casuale; le statistiche; la media campionaria; la varianza campionaria; i momenti campionari; espressione della varianza campionaria in termini di momenti campionari; campioni da genitrici normali: la distribuzione della media campionaria, la distribuzione di $(n-1)S^2/\sigma^2$; la distribuzione di $(\bar{X}-\mu)/ (S^2/n)^{1/2}$; la distribu-

zione di $(S_1^2/\sigma_1^2) / (S_2^2/\sigma_2^2)$; altri esempi di statistiche: il minimo e il massimo con relative distribuzioni.

8. Stima di parametri

Introduzione; stima puntuale; concetto di stimatore e di stima; correttezza, distorsione, consistenza, asintotica consistenza di uno stimatore; consistenza dei momenti campionari; costruzione degli stimatori: il metodo della massima verosimiglianza ed il metodo dei momenti; stima intervallare: generalità e il metodo del cardine.

9. Test delle ipotesi statistiche

Generalità; ipotesi statistica e test delle ipotesi statistiche; errori di prima e seconda specie; ampiezza e potenza di un test; test uniformemente più potenti; il lemma di Neyman e Pearson (solo enunciato); il metodo del rapporto di verosimiglianze; applicazioni: Z-test, t-Test, F-Test; il test chi-quadrato: formulazione generica e casi particolari della bontà di adattamento e dell'indipendenza.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI (ad esclusivo titolo indicativo)

- 1) Appunti dalle lezioni.
- 2) Calcolo delle probabilità - S. LIPSCHUTZ - (collana Schaum's n°16) **MCGRAW-HILL**.
- 3) Probabilità e Statistica - M.R. SPIEGEL, J. SCHILLER, R.A. SRINIVASAN - (collana Schaum's n°98) **MCGRAW-HILL**.
- 4) Elementi di Statistica - A. DI CRESCENZO, L.R. RICCIARDI - (serie di matematica fisica n°15) **LIGUORI EDITORE**.
- 5) Esercizi di Calcolo delle probabilità - L.R. RICCIARDI, S. RINALDI - **LIGUORI EDITORE**.