

PROVA SCRITTA ANALISI II

Esercizio 1. Data la funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} |x|(x+y)(x^2+y^2)^\alpha & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0), \end{cases}$$

si chiede di:

- studiare la continuità di f al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$;
- calcolare, quando esistono, le derivate direzionali di f in $(0, 0)$;
- studiare la differenziabilità di f al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

Esercizio 2. Trovare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^2 y e^{-(x^2+y^2)}$$

Esercizio 3. Dopo aver rappresentato la parte della superficie $z = x^2 - y^2$ interna al cilindro $x^2 + y^2 = a^2$, si fissi l'orientazione in modo che la normale punti verso l'alto e si calcoli il flusso del campo vettoriale

$$F(x, y, z) = (x, x, 1)$$

attraverso tale superficie.