Esercizio 1. La funzione $f(x,y) = y\sqrt{x^2+2y^2}$ è differenziabile in tutto $\mathbb{R}^2$?.

Esercizio 2. Per quali $\alpha > 0$ è continua e per quali è differenziabile in $(0,0)$ la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \arctan y + \frac{|x|^\alpha y}{2x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Esercizio 3. Disegnare nel piano il campo gradiente delle funzioni

$$f(x,y) = x(x+y) \qquad f(x,y) = xe^y$$
$$f(x,y) = (x^2+1)(1-y^2) \qquad f(x,y) = (x-y)(x+y)$$
$$f(x,y) = (e^x-y)(e^x+y) \qquad f(x,y) = \sin(x^2+4y^2)$$

Esercizio 4. Per le funzioni dell'esercizio 3 cercare di determinare massimi e minimimi relativi e assoluti.

Esercizio 5. Studiare i punti stazionari delle funzioni

$$f(x,y) = x^2 - 2xy + y^2 + x^3 + y^3 \qquad f(x,y) = (y-x^2)^2 - x^5$$
$$f(x,y) = -(x^2-1)^2 - (x^2y - x - 1)^2 \qquad f(x,y) = \frac{x^2y^2 - 8x + y}{xy}$$
$$f(x,y,z) = x^2 + y^4 + y^2 + z^3 - 2xz \qquad f(x,y) = (3x - x^3)(3y - y^3)$$
$$f(x,y) = \cos x + \cos y \qquad f(x,y) = \cos(x^2+y^2) + \cos x$$
$$f(x,y) = 1 - x^3 + 12\sqrt{x^2+y^2} \qquad f(x,y) = xe^{-2x^2-y^2}$$
$$f(x,y,z) = 3 + 5x + y - z + x^2 + y^2 + 3z^2 + 2xz + 2yz$$

Esercizio 6. Cercare massimi e minimi relativi e punti stazionari della funzione

$$f(x,y) = y^2 + 9|x-1| - x^2$$

Esercizio 7. Dati n punti $M_i = (a_i, b_i)$ nel piano, trovare un punto M tale che la somma dei prodotti di assegnati numeri positivi m_i per il quadrati della sua distanza dai punti M_i sia minima.