

Esercitazione di Calcolo Numerico

14 Novembre 2008

Prof. Luisa D'Amore

1. Calcolo dell' indice di condizionamento di una matrice

(a) Implementare un programma in C che, assegnata in input una matrice $X \in \mathfrak{R}^{n \times n}$

- ne determini l'inversa X^{-1} ,
- ne calcoli l'indice di condizionamento mediante la formula:

$$\mu(X) = \|X\| \cdot \|X^{-1}\|,$$

in **norma 1**.

(b) Confrontare i risultati restituiti dagli elementi di software implementati con quelli forniti dalla funzione `matlab cond(X,p)`, che calcola l'indice di condizionamento, in norma p , con $p = 1$ della matrice X .

(c) Ripetere l'esercizio ai punti (a) e (b) utilizzando la norma $\|\cdot\|_\infty$ (fissare `p = inf` in `cond`)¹.

2. Esercizi sul calcolo dell'indice di condizionamento:

- §2.16.3: Esercizi relativi al §2.7: Esercizi 1,2,3,4,7;
- §2.17, Esercizi 11,12,13,14.
- §1.10.2: Quesiti: 6,18,19,20,21,22.

3. Esercizi sull'indice di condizionamento di matrici note

- calcolare l'indice di condizionamento della matrice di Hilbert $H = (h_{ij})_{i,j=1,\dots,n}$, $h_{ij} = 1/(i+j-1)$:

¹Si ricorda che, per una matrice $A \in \mathfrak{R}^{m \times n}$,

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^m |a_{ij}| \quad \text{norma 1}$$

$$\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad \text{norma } \infty$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & \dots & 1/n \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & \dots & 1/(n+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1/n & 1/(n+1) & 1/(n+2) & \dots & 1/(2n+1) \end{pmatrix}$$

al crescere della dimensione n ;

- calcolare l'indice di condizionamento della matrice di Vandermonde relativa al vettore $x = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \dots & x_n^{n-1} \end{bmatrix}$$

al crescere della dimensione n ;

- tracciare il grafico dei valori dell'indice di condizionamento relativo delle suddette matrici, al crescere della dimensione n .
- Per quali valori di n , nei due casi, il mal condizionamento delle matrici determina la perdita di tutte le cifre significative, nella soluzione di un sistema che le ammette come matrici dei coefficienti?