Calcolo Numerico

Prof. L.D'Amore

Esercitazione del 24 Ottobre 2008

Risoluzione numerica di sistemi lineari (II parte)

1. Si scriva un pacchetto software in C per la risoluzione di un sistema lineare, **triangolare superiore o inferiore**, costituito da:
   - un programma chiamante;
   - un elemento di software che, assegnata una matrice, verifichi se essa è triangolare ed, in caso affermativo, se è *triangolare superiore o inferiore*, segnalando l'informazione all'utente;
   - un elemento software che implementi il metodo di eliminazione di Gauss con la tecnica del pivoting parziale;
   - un elemento di software per la risoluzione di un sistema triangolare superiore, mediante *back-substitution*;
   - un elemento di software per la risoluzione di un sistema triangolare inferiore, mediante *forward substitution*.
2. Testare il programma realizzato confrontando i risultati ottenuti con `matlab`.
3. Inserire opportuni controlli, nel sottoprogramma che realizza la back-substitution, per **testare la compatibilità del sistema**.
4. Studiare la singolarità della matrice dei coefficienti e la compatibilità del sistema $Tx = b$ con

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 10 \\ 15 \\ 10000 \end{pmatrix}$$

5. **Esercizi di algebra lineare**: §2.16.1,
   - Esercizio 1;
   - Esercizio 3;

- Esercizio 4.

6. **Esercizi di algebra lineare** con `MATLAB`: §2.17,
   - Esercizi da 1 a 9,
   - Esercizio 15.

Metodo di eliminazione di Gauss con e senza pivoting:

1. Si rielabori il programma per la risoluzione di un sistema lineare
   - implementando il metodo di eliminazione di Gauss utilizzando la tecnica del *pivoting parziale*;
   - inserendo un controllo sull'individuazione di un *pivot* nullo; cosa si puó osservare, nel caso in cui un *pivot* risulta nullo?
   - inserendo opportuni controlli nel sottoprogramma che realizza la back-substitution, per testare se il sistema è compatibile (determinato o indeterminato) o incompatibile.
2. Provare a risolvere i seguenti sistemi lineari:

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 6 \\ 9x_1 + 9x_2 + 3x_3 = 6 \\ 3x_1 \qquad\quad + 3x_3 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \qquad\quad 12x_2 + \ \ 6x_3 + 24x_4 & = & -18 \\ 6x_1 - 6x_2 - 12x_3 & = & 0 \\ 6x_1 \qquad\qquad\qquad + 36x_4 & = & -12 \\ -6x_1 + 18x_2 + 12x_3 & = & 0 \end{cases}$$

3. **Discutere l'esistenza di soluzioni** dei seguenti sistemi:

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 - 10x_3 = 6 \\ 6x_1 - 9x_2 + 12x_3 = 12 \\ 12x_1 + 3x_2 - 18x_3 = 24 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ 4x_1 + 14x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 28 \\ 6x_1 + 16x_2 - 2x_3 + 8x_4 = 34 \\ 10x_1 + 18x_2 - 40x_3 + 2x_4 = 20 \end{cases}$$

4. Risolvere i seguenti sistemi lineari utilizzando un elemento di software matematico che implementi il metodo di eliminazione di Gauss, con e senza pivoting e confrontare i risultati:

$$\begin{cases} 4x_1 + & 12x_2 + 4x_3 = 12 \\ 8x_1 + & 64x_2 + 8x_3 = -8 \\ & 8x_2 + 8x_3 = -24 \end{cases} \qquad \begin{cases} 10x_1 + 10x_2 - 10x_3 = -20 \\ 10x_1 + 10x_2 - 20x_3 = 40 \\ -5x_1 + 5x_2 + 15x_3 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} & 4x_2 + & 2x_3 = & 6 \\ -2x_1 + & 2x_2 & = & 4 \\ 4x_1 - & 2x_2 + & 6x_3 = & -10 \end{cases} \qquad \begin{cases} 0.0001x_1 & +x_2 = & 1 \\ x_1 & +x_2 = & 2 \end{cases}$$

5. **Esercizi sul metodo di eliminazione di Gauss con pivoting parziale**:

   - §2.16.2,
     - sezione Esercizi relativi al §2.5.2: Esercizi 1,2,5,6 e 7.
     - sezione Esercizi relativi al §2.5.3: Esercizio 1.
     - sezione Esercizi relativi al §2.5.4: Esercizio 1,2,3,5,6 e 9.