

## PROVA SCRITTA ANALISI I - MODULO A

**Esercizio 1.** Determinare l'insieme di definizione della seguente funzione (5 punti):

$$f(x) = \log(3 - 4 \sin^2 x) + \sqrt{x^2 - 5}$$

**Esercizio 2.** Calcolare i seguenti limiti (3 punti ciascuno)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\log(1 + x + x^2) - \log(1 - x + x^2))$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cosh(x^2))}{x^2}$$

**Esercizio 3.** Mostrare la validità della seguente disequaglianza:

$$e^x \geq 1 + x + \frac{1}{2}x^2 \quad \text{per ogni } x \geq 0.$$

(2 punti)

**Esercizio 4.** Dimostrare la validità della seguente affermazione:

*Per ogni  $n \in \mathbb{N}$  esiste un  $R > 0$  tale che*

$$e^{-x^2} \leq x^{-n} \quad \text{per ogni } x \geq R$$

(3 punti)

**Esercizio 5.** Determinare massimi e minimi relativi e assoluti della funzione

$$f(x) = |x + 3| + |x^2 + 2x - 3|$$

nell'intervallo  $[-5, 3]$  (4 punti).

**Esercizio 6.** Trovare le radici complesse dell'equazione

$$z^4 - 3iz + 4 = 0.$$

(4 punti)

**Esercizio 7.** Calcolare i limiti delle successioni (3 punti ciascuno)

$$a_n = \frac{n!}{2^{n^2}}, \quad \frac{(2n)!}{n^{2n}};$$

**Esercizio 8.** Sia  $f$  una funzione derivabile due volte e convessa in  $(a, b) \subset \mathbb{R}$ .  
Mostrare che la funzione  $x \mapsto e^{f(x)}$  è convessa in  $(a, b)$  (5 punti).