

**PROVA SCRITTA FONDAMENTI DI ANALISI
MATEMATICA 1**

Esercizio 1. Per $x \in [0, +\infty)$ sia $f_n(x) = \sqrt{n}\chi_{[\log n, \log(n+1)]}(x)$.

Si stabilisca per quali $p \in [0, +\infty]$ la successione f_n converge in $L^p(0, +\infty)$ e dimostrare che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} f_n \varphi dx = 0 \quad \text{per ogni } \varphi \in L^2(0, +\infty).$$

Esercizio 2. Dire per quali valori del parametro reale α la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-1/x} \sin(x+1)}{x^\alpha}$$

appartiene ad $L^p(0, +\infty)$.

Esercizio 3. Si sviluppi in serie di Fourier nell'intervallo $[-\pi, \pi]$ la funzione $|x| \sin x$.