

## Approssimazione nel senso dei minimi quadrati

Laboratorio di Calcolo Numerico

prof. Almerico Murli

a.a 2004/2005

Si sviluppi un software numerico che assegnati  $n$  punti dello spazio  $\mathbb{R}^2$ ,  $(x_i, y_i)_{i=1, \dots, n}$ , determini i coefficienti  $a_1$  ed  $a_0$  della retta  $r$  dei minimi quadrati

$$r : y = a_1 x + a_0 \quad .$$

### Esercizio 1

Con l'elemento di software sviluppato:

- 1.a si determinino i coefficienti della retta  $r$  dei minimi quadrati in relazione ai seguenti punti:  $(1, -1)$ ,  $(2, 6)$ ,  $(3, 13)$ ,  $(4, 0)$ .
- 1.b Si determinino i coefficienti della retta  $r$  dei minimi quadrati in relazione ai seguenti punti  $(1.01, -1)$ ,  $(2, 6)$ ,  $(3, 13)$ ,  $(4, 0)$ .
- 1.c Si osservino le matrici  $A = B^T B$  dei sistemi delle equazioni normali ottenuti ai punti 1.a ed 1.b ed effettuare "opportune" considerazioni tra le soluzioni ottenute.

Un confronto utilizzando un *PSE*: MATLAB.

### Esercizio 2

Assegnati i seguenti punti:

$$(0, 2), \quad (1, 6), \quad (2, 6), \quad (3, 11), \quad (4, 9)$$

- 2.a utilizzando l'elemento di software sviluppato si determinino i coefficienti della retta  $r$  dei minimi quadrati. Si disegni mediante MATLAB il grafico della retta e dei punti assegnati. Esempio illustrativo:

```
% definizione del vettore delle ascisse
x=[0 1 2 3 4];

% definizione del vettore delle ordinate
y=[2 6 6 11 9];

% definizione del vettore dei coefficienti
% ottenuti con proprio software;
r = [... ..];

% valutazione della retta r
% nelle ascisse assegnate
r_val=polyval(r,x);

% grafico dei punti assegnati e della retta r
plot(x,y,'ro',x,r_val)
```

2.b Si confrontino i risultati ottenuti al punto 2.a con quelli forniti dal MATLAB, definendo e risolvendo il sistema delle equazioni normali  $B^T Bx = B^T y$ , relativo ai punti assegnati. Esempio illustrativo:

```
% costruzione della matrice B delle
% equazioni normali
B=[ones(size(x))' x']

% definizione della matrice A= B^T B
A=B'*B

% definizione del termine noto del sistema
% delle equazioni normali
b=B'*y'

% Calcolo dei coefficienti della retta r2
% mediante risoluzione del sistema A r2 =b
r2=A\b

% valutazione della retta r2 nelle
% ascisse assegnate
r2_val=polyval(r2,x);

% grafico della retta r2
hold on
plot(x,r2_val,'b-')
```

2.c si confrontino i risultati ottenuti ai punti 2.a e 2.b con quelli forniti dalla funzione *built-in* del MATLAB: polyfit. Esempio illustrativo:

```
% costruzione dei coefficienti della retta
% interpolante tramite funzione polyfit
r3=polyfit(x,y,1);

% valutazione della retta r3 nelle
% ascisse assegnate
hold on
r3_val=polyval(r3,x);

% grafico della retta r3
hold on
plot(x,r3_val,'g-')
```

Si effettuino “opportune” considerazioni sui risultati ottenuti.