

Indice

1	Approccio computazionale: alcune sorgenti di errore	5
1.1	Fonti di errore nella risoluzione di un problema mediante calcolatore . . .	5
1.2	I sistemi aritmetici a precisione finita	14
1.2.1	Il sistema aritmetico intero	14
1.2.2	Il sistema aritmetico floating-point	17
1.3	L'errore di roundoff	24
1.3.1	L'errore di roundoff di rappresentazione	24
1.3.2	L'errore di roundoff delle operazioni floating-point	27
1.4	L'epsilon macchina	28
1.5	Il condizionamento di un problema matematico	39
1.6	La stabilità di un algoritmo	46
1.7	L'Aritmetica Standard IEEE	51
1.8	Analisi della propagazione dell'errore di roundoff	57
1.9	Esempio di studio: risoluzione di un'equazione di secondo grado	69
1.10	Esercizi sull'aritmetica Floating-Point	76
1.10.1	Alcuni esercizi numerici	76
1.10.2	Alcuni quesiti	87
1.10.3	Alcuni problemi da risolvere con il calcolatore	103
1.10.4	Risposte	104
	Bibliografia	133
2	Calcolo matriciale: metodi diretti	135
2.1	Introduzione al calcolo numerico matriciale	135
2.2	Introduzione ai sistemi di equazioni lineari	135
2.3	Introduzione alla risoluzione numerica di sistemi lineari	141
2.4	Metodi di back e forward substitution	146
2.5	Metodo di Eliminazione di Gauss	162
2.5.1	Derivazione elementare del metodo di Gauss	162
2.5.2	Descrizione generale del metodo di Gauss	166
2.5.3	Complessità di tempo e di spazio dell'algoritmo di eliminazione di Gauss	173
2.5.4	Strategia del pivoting nell'eliminazione di Gauss	177
2.6	Fattorizzazione LU	190

2.6.1	Aspetti implementativi	204
2.7	Condizionamento di sistemi lineari	211
2.7.1	Indice di Condizionamento	214
2.8	Accuratezza della soluzione di un sistema di equazioni lineari	221
2.8.1	Analisi dell'errore di round-off nell'algoritmo di eliminazione di Gauss	222
2.8.2	Analisi dell'errore di round-off nell'algoritmo di Gauss con pivoting	226
2.8.3	Analisi dell'errore di round-off nella forward e back substitution	229
2.8.4	Analisi dell'errore di round-off nella risoluzione di un sistema lineare mediante algoritmo di Gauss	232
2.9	Sistemi lineari con matrici strutturate	237
2.10	Memorizzazione di matrici strutturate	240
2.11	Risoluzione di sistemi lineari con matrice a banda	249
2.11.1	Fattorizzazione LU senza pivoting di una matrice tridiagonale e risoluzione dei sistemi lineari associati	249
2.11.2	Fattorizzazione LU senza pivoting di una matrice a banda e risoluzione dei sistemi lineari associati	259
2.11.3	Fattorizzazione LU con pivoting parziale di una matrice a banda e risoluzione dei sistemi lineari associati	270
2.12	Fattorizzazione di matrici simmetriche	286
2.12.1	Fattorizzazione LDL^T	286
2.12.2	Alcune matrici che non richiedono l'esecuzione del pivoting	292
2.12.3	Fattorizzazione di Cholesky	295
2.13	Software matematico per la risoluzione di sistemi lineari	305
2.14	Risoluzione di sistemi lineari in ambiente MATLAB	307
2.14.1	Elementi di base di MATLAB	307
2.14.2	Operazioni matriciali	309
2.14.3	Metodo di eliminazione di Gauss e fattorizzazione LU	315
2.14.4	MATLAB e le matrici speciali	318
2.15	Esercizi di Calcolo matriciale	321
2.15.1	Alcuni esercizi sulle operazioni tra vettori e matrici	321
2.15.2	Alcuni esercizi sul calcolo dell'inversa di una matrice	322
2.15.3	Alcuni esercizi su norme di vettori e matrici	322
2.15.4	Alcuni esercizi sulle proprietà delle matrici	323
2.16	Esercizi di Algebra Lineare	323
2.16.1	Esercizi §2.4	324
2.16.2	Esercizi §2.5	325
2.16.3	Esercizi §2.7	334
2.17	Esercizi con il MATLAB	336
2.17.1	Esercizi §2.14.4	336
Bibliografia		342

3	La rappresentazione di dati	343
3.1	Introduzione	343
3.2	Il problema dell'interpolazione	354
3.2.1	Esistenza e unicità del polinomio interpolante di Lagrange	359
3.2.2	Esistenza ed unicità del polinomio interpolante di Hermite	363
3.2.3	Algoritmi per la costruzione e valutazione del polinomio interpo- lante di Lagrange	366
3.2.4	Metodo dei coefficienti indeterminati	367
3.2.5	Formula di Lagrange	370
3.2.6	Formula di Newton	372
3.2.7	Formula di Newton e differenze divise	377
3.2.8	Un algoritmo per la formula di Newton: aspetti implementativi	382
3.2.9	Valutazione del polinomio interpolante	390
3.2.10	Un elemento di software per l'interpolazione polinomiale	392
3.3	Metodi costruttivi per il polinomio interpolante di Hermite	395
3.3.1	Formula di Lagrange	395
3.3.2	Formula di Newton	397
3.4	Interpolazione polinomiale a tratti	402
3.4.1	Interpolazione mediante funzioni spline	410
3.4.2	Un metodo costruttivo per la spline cubica naturale interpolante	417
3.4.3	Un altro metodo costruttivo per la spline cubica naturale interpo- lante	431
3.5	L'approssimazione dei minimi quadrati	447
3.5.1	La migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati	447
3.5.2	Esistenza ed unicità	458
3.5.3	Un algoritmo per la costruzione e valutazione del polinomio di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati	463
3.6	MATLAB e la rappresentazione di dati	466
3.7	Il software disponibile per la rappresentazione di dati	473
3.8	Esercizi sulla rappresentazione di dati	475
3.8.1	Alcuni esercizi sull'interpolazione polinomiale	475
3.8.2	Alcuni esercizi sull'approssimazione nel senso dei minimi quadrati	477
	Bibliografia	479
4	La quadratura	481
4.1	Generalità	481
4.2	Formule di quadratura: primi esempi	483
4.2.1	Le formule di quadratura composite	488
4.3	Esempio di sviluppo di software matematico per la quadratura	495
4.3.1	L'algoritmo	495

4.3.2	Il software	499
4.3.3	Gli algoritmi adattativi per la quadratura	502
4.3.4	MATLAB e la quadratura	515
4.4	Computer problems sulla quadratura	519
	Bibliografia	522
A	Capitolo 1	523
A.1	Il calcolo numerico di π	523
A.1.1	<i>Metodo I - Archimede 240 a.C.</i>	526
A.1.2	<i>Metodo II - Viete 1593</i>	531
A.1.3	<i>Metodo III - Wallis 1655</i>	535
A.1.4	<i>Metodo IV - Leibniz 1688</i>	536
A.1.5	<i>Metodo V - Machin 1706</i>	537
A.1.6	<i>Metodo VI</i>	538
A.1.7	<i>Metodo VII - Integrazione Numerica</i>	540
A.1.8	Algoritmi implementati in FORTRAN	542
A.1.9	Conclusioni	554
A.2	Due disastri causati dall'aritmetica a precisione finita del calcolatore	555
A.2.1	Quando un <i>piccolo</i> errore può essere fatale	555
A.2.2	<i>Un missile Patriot manca il bersaglio</i>	555
A.2.3	<i>Esplosione dell'Ariane 5</i>	556
	Bibliografia	559
B	Capitolo 2	561
B.1	Alcune questioni di base sulle matrici	561
B.1.1	Matrice di permutazione	562
B.2	Inversa di una matrice	562
B.3	Norme vettoriali e matriciali	564
B.4	Esistenza di soluzioni di sistemi lineari - Regola di Cramer	571
B.5	Autovalori ed autovettori	579
B.5.1	Localizzazione degli autovalori	581
B.6	Matrici simmetriche e definite positive	581
B.7	Successioni di vettori e matrici	585
B.8	Polinomi di matrici	586
B.9	Alcune proprietà delle matrici simmetriche definite positive	587
B.10	Calcolo della soluzione di minima norma di un sistema lineare sovrade-terminato	590
	Bibliografia	594
	Principali riferimenti bibliografici del testo	598